

# LES CAHIERS CLAIRAUT

N° 177 - Mars 2022 9 €

Bulletin du Comité de Liaison Enseignants et Astronomes



$$\frac{a^3}{T^2} = \text{Constante}$$

Numéro 177 - printemps 2022

## Comité de Liaison Enseignants et Astronomes

Le **CLEA**, Comité de Liaison Enseignants et Astronomes, est une association déclarée à but non lucratif (loi de 1901), fondée en 1977. Elle réunit des enseignants et des astronomes professionnels qui veulent ensemble promouvoir l'enseignement de l'astronomie à tous les niveaux de l'enseignement et dans les organismes de culture populaire.

Le **CLEA** organise des stages nationaux (Écoles d'Été) et régionaux. Ces stages sont ouverts aux enseignants de l'école, du collège et du lycée et, de manière générale, à tous les formateurs. On s'efforce d'y conjuguer information théorique et travaux pratiques (observations, travaux sur documents, mise au point de matériels didactiques et recherche du meilleur usage de ces matériels, etc.). Le **CLEA** favorise les échanges directs entre enseignants et astronomes, hors de toute contrainte hiérarchique.

L'organe de liaison du **CLEA**, les **CAHIERS CLAIRAUT**, est une revue trimestrielle. On y trouve des articles de fond (astrophysique, histoire, philosophie, enseignement...), des comptes rendus d'expériences pédagogiques, des notes critiques de livres récents, des innovations en matière d'activités pratiques.

Le **CLEA** a mis en place une liste de diffusion afin de permettre des échanges rapides entre les abonnés.

### Présidents d'honneur :

Lucienne Gouguenheim  
Georges Paturel  
Cécile Ferrari

### Bureau du CLEA pour 2021

**Président** : Frédéric Pitout  
**Trésorière** : Sylvie Thiault  
**Trésorière adjointe** : Chantal Lecoutre  
**Secrétaire** : Grégory Silva  
**Secrétaire adjoint** : Vincent Bouneb

### Responsables des groupes

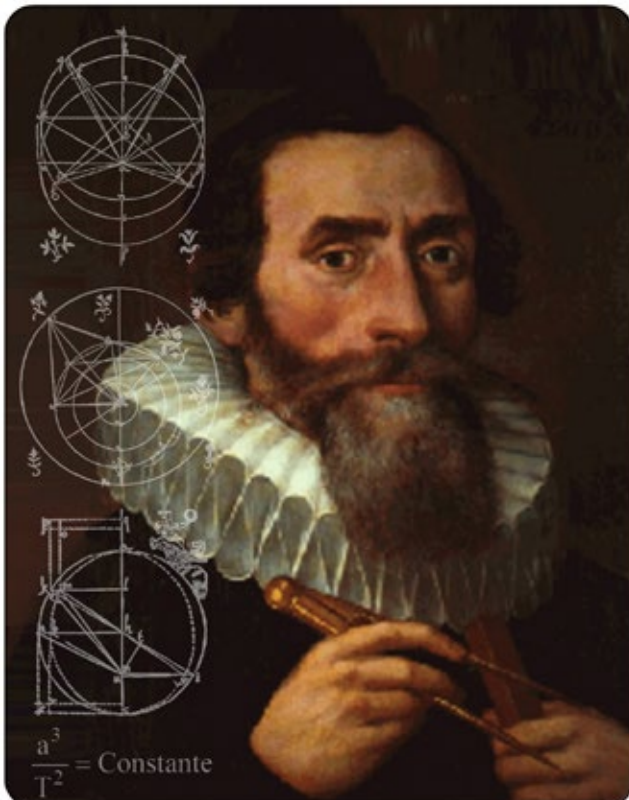
**Vie associative** : Jean-Michel Vienney

**Cahiers Clairaut** : Christian Larcher

**Productions Pédagogiques** : Pierre Causeret

**École d'Été d'Astronomie** : Danièle Imbault

**Responsables du site** : Jean-Michel Vienney



Merci à celles et ceux qui ont permis la réalisation de ce numéro des Cahiers Clairaut, nous citerons :

Patrice Bouchet, Pierre Causeret, Daniel Descout, Flore Dumas, François Hurter, Christian Larcher, Chantal Lecoutre, Georges Lecoutre, Pierre Le Fur, David Locher, Frédéric Pitout, Jean Ripert, Béatrice Sandré, Isabelle Santos, Franck Smanio, Nina Veron.

Les auteurs recevront plusieurs numéros 177 afin de faire connaître la revue autour d'eux.

Image de fond : portrait de Johannes Kepler (27 décembre 1571 - 15 novembre 1630) dont les lois font l'objet du dossier de ce numéro (copie de l'original de 1610 conservé au monastère bénédictin de Krems).

À gauche en surimpression, on peut voir trois dessins de Kepler extraits de *Astronomia nova* où il énonce ses deux premières lois (images Gallica / BnF).

Image du centre : reconstitution de l'orbite de la Terre, positionnée tous les 687 jours (année martienne).

Image du bas : différence entre orbite elliptique et circulaire.

Tout en bas, la 3e loi de Kepler en écriture moderne.

# Les Cahiers Clairaut

Printemps 2022

## Éditorial

Le 25 décembre 2021 à 13 h 20 (heure de Paris) une fusée Ariane 5 décollait du centre spatial de Kourou emportant dans sa coiffe le télescope spatial JWST. Depuis lors ce télescope est arrivé, le 24 janvier 2022, à sa destination finale le point de Lagrange L2, un point d'équilibre, situé à 1,5 million de kilomètres de la Terre, où il reste en permanence dans l'alignement du Soleil et de la Terre.

Vous trouverez également d'autres actualités astronomiques en consultant la rubrique : En direct des observatoires et autres nouvelles.

Deux jours plus tard le 27 décembre 2021, nous pouvions fêter le 450<sup>e</sup> anniversaire de la naissance de Johannes Kepler (1571 – 1630), à 2 h 30 de l'après-midi selon l'horoscope qu'il a lui-même établi (1). Ce grand scientifique avait certes une mauvaise vue, un handicap sérieux pour un astronome, mais ce fut un des plus grands mathématiciens. À la mort de Tycho Brahé en 1601 il devint à son tour le « mathematicus » de l'empereur Rodolphe II. Dans l'histoire de l'astronomie il occupe une place charnière entre la conception de Ptolémée, celle de Copernic et le siècle des Lumières. Ses découvertes révolutionnaires ont ouvert la voie à Isaac Newton (1643 – 1727). Les trois lois qui portent son nom restent d'actualité. Par exemple, avec la 3<sup>e</sup> loi de Kepler, vous pouvez avec vos élèves déterminer la masse de Jupiter, la plus grosse planète du Système solaire ou même la masse du trou noir supermassif qui se trouve au centre de notre Galaxie. L'élaboration de cette troisième loi fait l'objet d'un des articles dans lequel on peut noter que Kepler utilisa les logarithmes qui venaient tout juste d'être découverts par John Napier en 1614. À partir de l'équation établie par Kepler il est possible de déterminer la position d'une planète à un instant quelconque, équation que l'on peut utiliser dans des simulations informatiques. La richesse du sujet nous amènera à y revenir dans prochain numéro.

**Christian Larcher** pour l'équipe

(1) D'après Arthur Koestler *Les somnambules* ; Les Belles Lettres 2010. (p. 221 ; 238 ; 416).

## Sommaire

### Actualités

#### En direct des observatoires

Frédéric Pitout

p 2

### Actualités

#### Le télescope spatial James Webb

Patrice Bouchet

p 5

### Dossier: les lois de Kepler

p 13

#### Histoire

##### Petite histoire de la formule de la 3<sup>e</sup> loi

Pierre Le Fur

p 14

#### Avec nos élèves

##### Peser Jupiter

Isabelle Santos

p 17

#### Avec nos élèves

##### Déterminer la masse du trou noir supermassif

##### Sgr A\* avec la 3<sup>e</sup> loi de Kepler

Frédéric Pitout et Natalie Webb

p 21

#### Article de fond

##### Introduction à l'équation de Kepler

Daniel Descout

p 26

##### Lois de Kepler dans les Cahiers Clairaut

p 31

#### Activités

##### Lois de Kepler et simulations numériques

Pierre Causeret

p 32

##### Mots croisés

Pierre Causeret

p 34

#### Article de fond

##### Des lois de Kepler à la loi de gravitation de Newton

Béatrice Sandré

p 35

### Observation

#### Le ciel de printemps

##### L'éclipse totale de Lune du 16 mai 2022

Pierre Causeret

p 37

#### Avec nos élèves

##### Barnard la véloce

Pierre Le Fur

p 39

#### Lecture pour la marquise

##### L'acquisition et le développement des connaissances contre-intuitives en sciences

Frédéric Pitout

p 43

#### Avec nos élèves

##### En route vers Mars avec le roman Nix Olympica

Frédéric Pitout

p 44

##### Solution des mots croisés

p 48



# EN DIRECT DES OBSERVATOIRES ET AUTRES NOUVELLES

Frédéric Pitout, IRAP Toulouse

## Des planètes errantes repérées

Une étude menée par le Laboratoire d'astrophysique de Bordeaux, et publiée dans la revue *Nature* révèle la découverte de plus de 70 planètes dites « errantes ». Ces planètes ne sont pas ou plus liées gravitationnellement à une étoile et voguent dans l'espace intersidéral. En extrapolant à toute la Galaxie ce nombre de planètes errantes trouvées dans une petite partie du ciel, les auteurs estiment que plusieurs milliards de ces vagabondes existent. De quoi remettre en question la formation des planètes ou leur évolution. Deux hypothèses s'affrontent : soit ces planètes errantes ont été formées à partir de l'effondrement d'une masse de gaz et de poussières trop peu massive pour donner naissance à une étoile, soit elles ont été arrachées à l'attraction gravitationnelle de leur étoile et éjectées de leur système planétaire.

<https://astrophys.u-bordeaux.fr/?p=4173>

## Le champ magnétique d'une exoplanète détecté

La détection et la caractérisation des planètes extrasolaires constituent un domaine particulièrement actif de l'astrophysique actuelle. Alors que les méthodes de détection classiques, vélocimétrie et transit photométrique, nous donnent une estimation de la masse et de la taille des exoplanètes, il faut redoubler d'ingéniosité pour accéder à des paramètres comme le champ magnétique. C'est ce qu'a fait une équipe internationale menée par l'Institut d'astrophysique de Paris (IAP). En observant un transit de HAT-P-11b (une exoplanète de type Neptune) avec le télescope spatial Hubble, elle a pu étudier une raie de carbone ionisé une fois ( $C^+$  ou CII en notation spectroscopique) et comparer leurs données à des modèles

de magnétosphère. Ils sont arrivés à la conclusion que l'exoplanète avait un champ magnétique à sa surface d'intensité de l'ordre de  $1 \text{ à } 5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$  (soit environ 100 fois plus élevé qu'à la surface de la Terre).

<https://www.insu.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/hubble-detecte-la-magnetosphere-et-le-champ-magnetique-dune-exoplanete>

## Des étoiles à la métallicité très faible observées dans la Voie lactée

La métallicité est définie comme la proportion en masse de tous les « métaux », c'est-à-dire les atomes autres que l'hydrogène et l'hélium. Les étoiles se formant à partir des éléments de plus en plus riches en « métaux », formés dans les étoiles plus anciennes, elles possèdent une métallicité de plus en plus grande de génération en génération. Une équipe internationale, menée par l'observatoire de Strasbourg, a publié des résultats d'observation d'un « courant d'étoiles », nommé C-19, dans notre Galaxie et dont les étoiles ont une métallicité extrêmement faible, de l'ordre de 2 500 fois plus faible que celle du Soleil.

Cette étude s'appuie sur l'exploitation conjointe de données du satellite d'astrométrie Gaia et du télescope Canada-France-Hawaii. Ces étoiles se sont vraisemblablement formées dans une petite galaxie très jeune qui a perdu et égrainé des étoiles lors de son interaction avec la nôtre. L'étude de ces étoiles très peu métalliques pourra nous renseigner sur la formation des premières étoiles et des premiers amas stellaires.

<https://astro.unistra.fr/fr/2022/01/05/la-structure-stellaire-la-plus-sous-metallique-de-lunivers/>

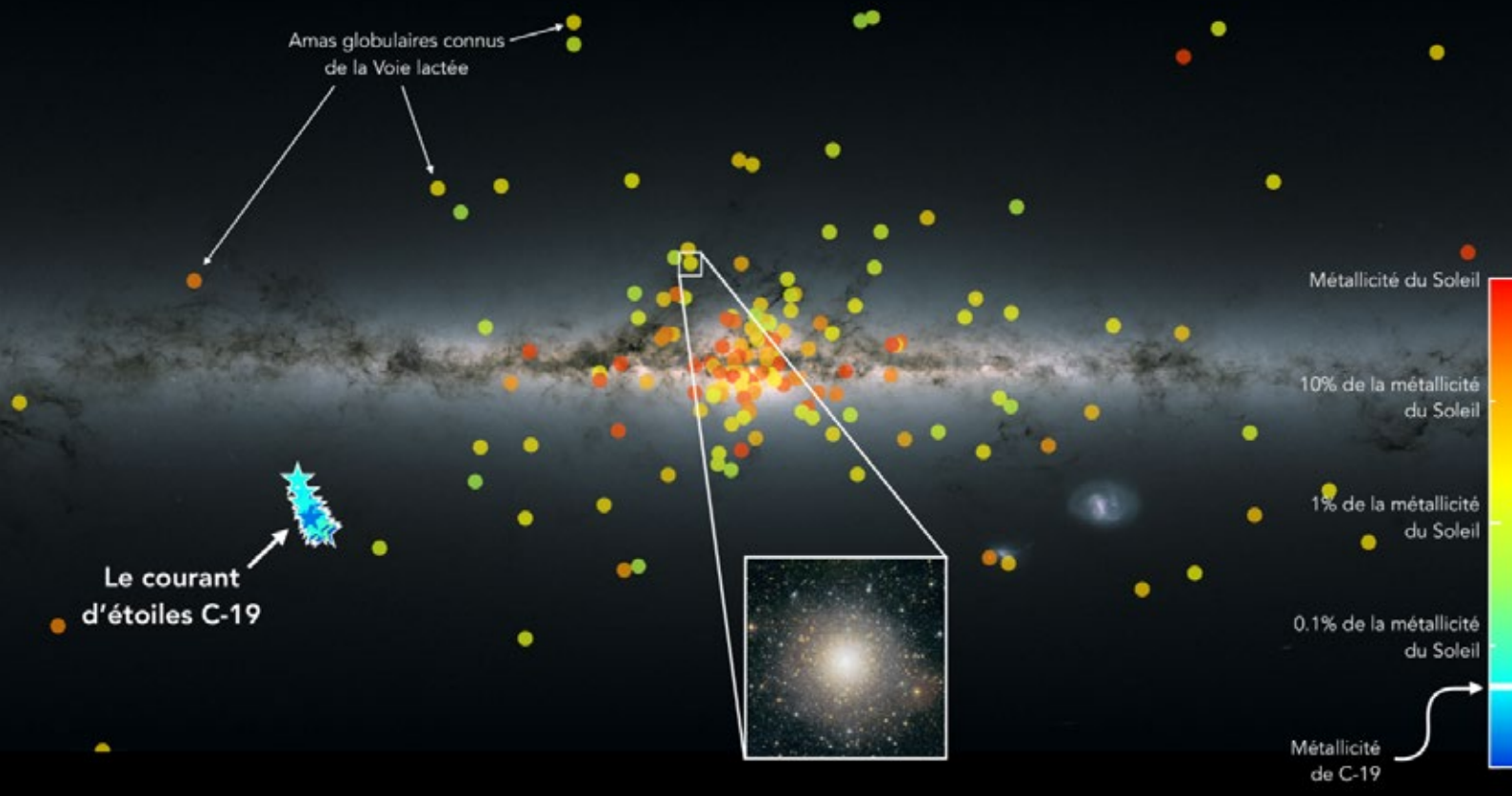


Fig.1. Le courant d'étoiles de faible métallicité C-19 dans la Galaxie. D'autres amas sont placés à titre de comparaison. Le code couleur indique la métallicité moyenne des amas. (Image : Nicolas Martin/Obs. de Strasbourg).

## Le Cnes a 60 ans

Le texte de loi fondateur du Centre national d'études spatiales (CNES), l'agence spatiale française, a été signé le 19 décembre 1961 par Charles de Gaulle pour doter

la France de compétences dans le domaine du spatial. Le CNES démarre effectivement ses activités le 1<sup>er</sup> mars 1962. Cet organisme a pu voir le jour grâce à la ténacité de scientifiques comme Henri Moureu ou Pierre Auger et à des hommes politiques tel Michel Debré. Aujourd'hui, le CNES est incontournable en France pour tout ce qui touche aux activités spatiales, dont l'astronomie.

<https://www.franceculture.fr/emissions/la-methode-scientifique/cnes-qui-fete-son-anniversaire>

<https://cnes.fr/fr/cnesmag-90-60-ans-pour-le-futur>

## Actes du 1<sup>er</sup> colloque AstroEdu-FR

Comme annoncé dans le numéro précédent des Cahiers Clairaut, les actes du colloque Astronomie pour l'éducation dans l'espace francophone (AstroEdu-FR), qui s'est tenu virtuellement en janvier 2021, sont disponibles sur l'archive ouverte HAL :

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03481844/>

Une version imprimée est publiée par les éditions le Manuscrit dans une nouvelle collection Astronomie pour l'éducation dirigée par Emmanuel Rollinde, professeur de didactique des sciences à l'université de Cergy.

<https://lemanuscrit.fr/collections/astronomie-pour-leducation>



Fig.2. Affiche néo-rétro conçue à l'occasion du 60<sup>e</sup> anniversaire du Cnes (image : Cnes).



Fig.3. Première de couverture des actes du colloque AstroEdu-FR.

## La méthode scientifique « Enseignement des sciences : trouver la bonne formule »

À l'occasion de la journée internationale de l'éducation, le 24 janvier 2022, l'excellente émission radiophonique La méthode scientifique sur France Culture portait sur

l'enseignement des sciences. Le programme comporte des échanges avec Elena Pasquinelli, philosophe des sciences cognitives et membre du Conseil scientifique de l'Éducation nationale, et Ange Ansour, directrice du dispositif éducatif Les Savanturiers - École de la recherche du Centre de recherche et d'interdisciplinarité. Un entretien avec Cécile de Hosson, professeure en didactique de la physique, est aussi proposé. On peut réécouter à l'envi l'émission sur le site de France Culture.

<https://www.franceculture.fr/emissions/la-methode-scientifique/enseignement-des-sciences-trouver-la-bonne-formule>

## 4<sup>th</sup> Symposium on Space Educational Activities

L'Agence spatiale européenne et l'université polytechnique de Catalogne (Barcelona Tech) organisent le 4<sup>e</sup> symposium sur les activités éducatives spatiales du 27 au 29 avril 2022 à Barcelone. Les trois matinées seront consacrées à des présentations d'initiatives, d'opérations ou de ressources pédagogiques tandis que les après-midis seront plus pratiques avec des ateliers, des démonstrations en planétarium, des stands, etc. Les inscriptions (dont les frais ne sont pas donnés...) sont ouvertes. Le CLEA avait soumis une proposition de communication, portée par Frédéric Pitout et Floriane Michel, qui a été refusée. Mais ne soyons pas mauvais joueurs : nous pouvons tout de même en parler dans ces pages. Et tant pis pour eux...

<https://sseasympoium.org/>



Fig.4. Logo du 4<sup>e</sup> symposium sur les activités éducatives spatiales.



# LE TÉLESCOPE SPATIAL JAMES WEBB

**Patrice Bouchet**, Directeur de recherche au Département d'astrophysique du CEA-Saclay, chef de projet du Centre d'expertise JWST/MIRI

*Après de nombreux déboires et des reports successifs le JWST est enfin parti dans les meilleures conditions. Ce nouveau télescope est porteur de beaucoup d'espoirs pour détecter les premières lueurs de l'Univers, la nucléosynthèse des premiers éléments lourds, la formation des étoiles et des galaxies... Ce dispositif est susceptible d'enrichir profondément notre connaissance de l'Univers.*

## Hubble, et après ?

Après plus de 30 ans la mission qui avait été impartie au télescope spatial Hubble (HST) pour scruter l'Univers proche a été accomplie *summa cum laude*<sup>1</sup>. À tel point que la NASA a finalement décidé de lui redonner une nouvelle jeunesse. En effet, le 17 juillet 2021, après que l'ordinateur de bord a connu un problème (le 13 juin 2021), les instruments scientifiques du télescope ont pu être remis en service, et la collecte de données scientifiques a repris immédiatement.

Pour tous les scientifiques et les amateurs, Hubble est une icône qui leur a donné un aperçu incroyable du cosmos. Mais non seulement les télescopes vieillissent, à mesure que leurs utilisations nous aident à amplifier nos connaissances, mais celles-ci suscitent en nous de nouvelles interrogations, auxquelles ils ne peuvent pas toujours répondre, faute d'avoir été conçus pour ce faire.

Si l'on plaçait les objets de l'Univers local, vus par Hubble en lumière ultraviolette et visible, à des distances dites cosmologiques, ils ne seraient visibles que dans la lumière émise à des longueurs d'onde qui correspondent au rouge lointain et à l'infrarouge. Voir plus loin dans l'Univers cela ne consiste pas seulement à utiliser un télescope plus puissant : il faut prendre en compte l'expansion de l'Univers, qui décale le spectre des objets lointains vers le rouge. De plus, pour étudier les mécanismes de formation des étoiles et de leurs planètes, il faut « transpercer » les poussières, ce qui ne peut se faire qu'en observant dans l'infrarouge. Par conséquent, le nouveau télescope spatial ne devait pas être seulement un « Super-HST », mais il devait aussi être spécialement adapté pour « voir » de tels rayonnements.

## Un peu d'histoire

En 1989, Riccardo Giacconi, directeur du STScI (« Space Telescope Science Institute »), le centre des opérations du HST situé à Baltimore, et futur prix Nobel de physique (2002), prépara l'après-HST, qui était alors prévu pour 2005 (!).

Plusieurs projets de télescopes de 4 m furent alors proposés, mais, en 1995, le directeur de la NASA, Dan Goldin, mettait la communauté astronomique en instance de penser « Plus vite, Meilleur et Moins Cher » (le fameux « Faster, Better, Cheaper »), et demandait un projet de télescope de 8 m à un coût inférieur à celui des télescopes précédents. C'est ainsi que, dès l'année suivante, plusieurs études envisageaient la réalisation de miroirs de 8 m qui pourraient se déployer dans l'espace, pour la modeste somme d'environ 500 millions de dollars. Ce télescope encore dans les limbes fut dès lors baptisé sous le nom de NGST (pour « New Generation Space Telescope »). Hélas, les estimations budgétaires excédaient de plusieurs centaines de millions de dollars la somme qui pouvait être raisonnablement envisagée, et le miroir du NGST dut être réduit à un diamètre de 6,5 m en 2001.

En septembre 2002, le NGST reçut le nom de Télescope Spatial James Webb (du nom de l'administrateur de la NASA en charge du programme Apollo). Ceci fut rendu nécessaire après que la construction du télescope a été confiée au groupe industriel Northrop Grumman Space Technologies dont le sigle était... NGST !

Au cours de l'été 2007, la NASA et l'ESA d'une part, et la NASA et l'ASC d'autre part, signaient leurs protocoles d'accord respectifs. Le coût total du projet fut estimé, à l'époque, à 3,5 milliards de dollars. Il sera estimé, au moment du lancement, à près de 12 milliards ! (11 milliards NASA, 850 millions ESA, et 150 millions ASC). Le JWST devait fonctionner

<sup>1</sup> « avec la plus haute louange », la plus haute distinction de diplôme utilisée en particulier aux États-Unis (NDLR).

pendant une durée minimum de 5 ans, mais les agences misaient sur au moins 5 années de plus : un budget de fonctionnement de 1 milliard pour 10 ans d'opération a donc été provisionné. À titre de comparaison, le HST aura coûté 4,1 milliards, entre la première phase de son étude et son lancement, auxquels il convient d'ajouter 250 millions par année pour son fonctionnement. Les agences envisagent maintenant une durée d'exploitation du JWST d'au moins 20 ans !

## Finalisation du projet

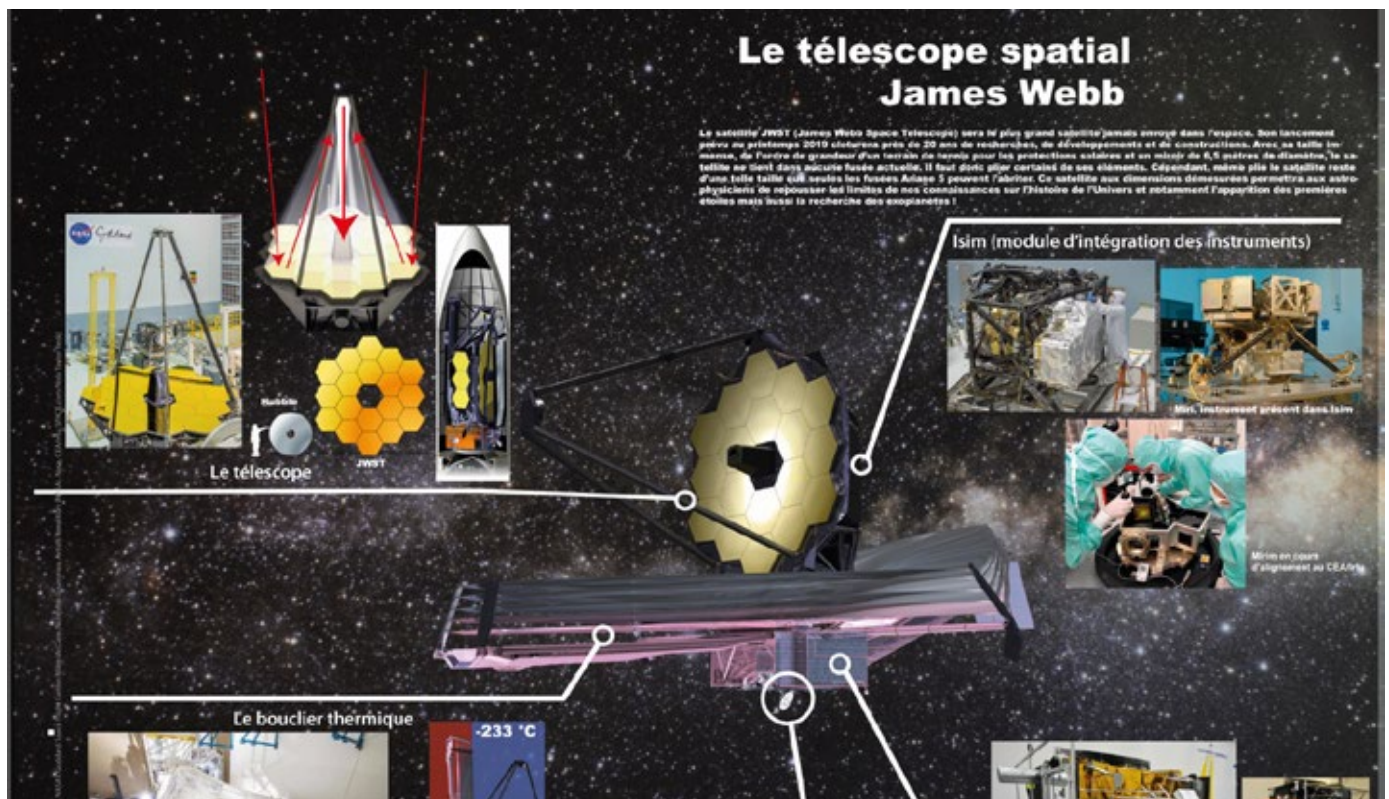
Si fabriquer un miroir de 6,5 m ne pose plus de problème de nos jours, le placer en orbite est une toute autre histoire : en effet, si le HST, qui n'a « qu'un » diamètre de 2,4 m, était mis à l'échelle du JWST, il serait beaucoup trop lourd pour pouvoir être placé dans l'espace ! De plus, aucune coiffe de fusée n'étant assez grande pour contenir un miroir monolithique de cette taille, il fallait donc le replier.

Tous les objets (y compris les télescopes !) émettent un rayonnement dans un domaine de longueurs d'onde qui dépend de leur température. Aux températures qui nous

sont familières, ce domaine correspond à celui couvert par les instruments du JWST. Pour autant, il faut éviter que le signal infrarouge extrêmement faible provenant des objets distants soit noyé dans le rayonnement ambiant du télescope et des instruments. Ceux-ci doivent donc être maintenus à une température la plus basse possible, pour qu'ils émettent dans des longueurs d'onde supérieures à celles auxquelles seront effectuées les observations. De plus, la température de fonctionnement des détecteurs infrarouge doit être impérativement très basse ( $-266\text{ }^{\circ}\text{C}$ ).

Le HST est en orbite proche autour de la Terre (à environ 570 kilomètres). Pour la moitié de chaque orbite, il traverse l'ombre de la Terre, où les températures plongent à 250 °C sous zéro. Quand il retourne à la lumière du Soleil, les températures extérieures sont supérieures à 100 degrés Celsius.

Ce qui n'est guère propice à des observations dans l'infrarouge. Le JWST devra être positionné beaucoup plus loin pour être plus froid et à une température stable. De plus, il devra être pourvu d'un grand écran qui bloquera la lumière du Soleil, de la Terre et de la Lune, qui sinon ne manqueraient pas de réchauffer le télescope. Ne serait-ce qu'en ce qui concerne la fabrication du miroir



Le JWST en détail, en haut à droite l'instrument MIRI.

primaire, en particulier avec l'utilisation de béryllium pour qu'il soit ultraléger, mais aussi pour le rendre pliable et pour que sa forme puisse être ajustée dans l'espace, la conception du télescope a eu recours aux dernières avancées technologiques. Le JWST a aussi bénéficié

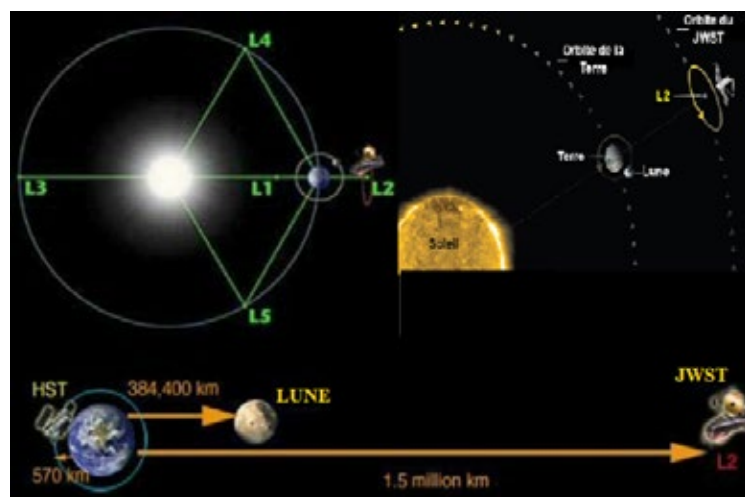
de développements réalisés sur les détecteurs pour pouvoir enregistrer des signaux extrêmement faibles, sur le contrôle de micro-obturbateurs par des systèmes de micro-électromécanique (pour le positionnement des objets à observer avec le spectrographe NIRSPEC)



et sur une toute nouvelle conception du système cryogénique requis pour refroidir le détecteur de MIRI jusqu'à une température de 7 K. Toutes ces technologies « de pointe » ont été « qualifiées », c'est-à-dire que leur efficacité et fiabilité ont été dûment démontrées, et certifiées conformes aux spécifications requises pour leur utilisation dans l'espace.

Pour masquer le Soleil, la Terre et la Lune ensemble de la manière la plus simple, le plus facile est qu'ils soient vus par le télescope dans la même direction. L'endroit le plus propice pour que cela soit, est ce que les mathématiciens appellent le « second point de Lagrange (L2) » du système Soleil-Terre : un point de Lagrange est une position de l'espace où les champs de gravité de deux corps en orbite l'un autour de l'autre, et de masses substantielles, se combinent de manière à fournir un point d'équilibre à un troisième corps de masse négligeable. C'est un point où l'attraction de la Terre ajoutée à celle du Soleil induit une période de révolution d'un an autour du Soleil, exactement égale à celle de la Terre, permettant un alignement constant Soleil -Terre - point L2.

Le point L2 se situe à 1,5 million de kilomètres. Non seulement l'accès y est direct, ce qui facilite les problèmes de navigation, mais de plus, les forces gravitationnelles



Orbite du JWST - Illustration des points de Lagrange.

combinées de la Terre et du Soleil permettent à elles seules de maintenir le satellite en position, ce qui évitera d'avoir trop souvent recours à des systèmes de propulsion auxiliaires, comme c'est hélas le cas pour Hubble dont les gyroscopes sont mis à rude épreuve.

L'intégration du télescope avec les instruments a été réalisée en 2017 au Centre spatial Johnson à Houston, et celle de l'ensemble de l'observatoire (télescope et vaisseau spatial) s'est terminée en octobre 2019 dans les locaux de Northrop Grumman, en Californie. La masse totale de l'observatoire est de 6,2 tonnes (seulement

Écran (ou bouclier) thermique.





705 kg pour le miroir primaire !) alors que celle du HST est de 12 tonnes.

Le JWST est le successeur du HST car ses objectifs scientifiques ont été motivés par les résultats de Hubble. Mais ils n'observeront pas dans la même gamme de rayonnement, et le miroir du premier est beaucoup plus grand que celui du second, ce qui lui permettra d'observer des objets célestes 400 fois plus éloignés. Il serait plus logique de comparer le JWST avec le télescope infrarouge spatial Spitzer (2003 - 2020). Ce télescope a réalisé de nombreuses découvertes au-delà de l'imagination de ses concepteurs. Le JWST avec son miroir géant et de nouvelles technologies, est environ 1 000 fois plus puissant, et sera en mesure de repousser les frontières des découvertes scientifiques de Spitzer (dont le miroir

primaire, rappelons-le, était de 83 cm !).

D'autre part, au-delà de ses découvertes scientifiques, Spitzer est également un pionnier pour le JWST en termes de fonctionnement d'un télescope qui doit être très froid. Spitzer a montré aux ingénieurs comment un observatoire infrarouge se comportait dans l'immensité de l'espace.

## Les objectifs scientifiques

Le JWST a été construit pour l'étude de plusieurs grands thèmes, définis dès les années 1997 :

- (1) la détection des premières lueurs de l'Univers;
- (2) la formation et l'évolution des galaxies très lointaines;
- (3) les mécanismes physiques qui régissent la formation des étoiles et des planètes, et
- (4) l'étude des disques protoplanétaires.

En 2005, à la suite d'une importante augmentation de



Image de la nébuleuse de la Tête de Singe (à gauche dans la lumière visible, à droite dans la lumière infrarouge).  
Crédits : télescope spatial Hubble.

budget du JWST, la NASA a remis en cause l'ensemble du programme, et plus spécialement ses objectifs scientifiques. Une des conclusions fut que le JWST ne devait pas rentrer en compétition avec les télescopes terrestres mais conserver toutes ses capacités innovantes. Se sont donc rajoutés à ces quatre thèmes initiaux :

- (5) l'étude de la nucléosynthèse des premiers éléments autres que l'hydrogène et l'hélium (que les astronomes appellent les éléments "lourds"), et
- (6) la recherche des supports à l'apparition de la vie.

Les quatre instruments embarqués se sont vu confier des responsabilités bien définies :

### 1. NIRCAM

C'est l'imageur principal du JWST dans le domaine de l'infrarouge proche (entre 0,6 et 5 microns). Construit par une équipe de l'Université d'Arizona et le Centre

de Technologie Avancée Lockheed Martin, sa haute sensibilité, son multiplexage de longueurs d'onde, et son grand champ de vue permettent de faire de l'imagerie à la limite de diffraction et des relevés profonds. C'est de plus l'instrument qui sera utilisé comme analyseur de front d'onde pour permettre de contrôler l'alignement et le phasage du miroir primaire du JWST. Il est aussi particulièrement adapté aux principaux thèmes de recherche pour lesquels le JWST a été conçu :

- détecter la lumière des premières étoiles, des amas d'étoiles ou des noyaux galactiques ;
- étudier la morphologie et les couleurs des galaxies très lointaines vues au cours de leur formation ;
- détecter la distorsion de la lumière due à la matière noire via des effets de lentilles gravitationnelles ;
- rechercher les supernovae dans les galaxies lointaines

et élaborer leurs courbes de lumière ;

- détecter, puis procéder à l'imagerie et à la spectroscopie de protoétoiles, disques protoplanétaires, et exoplanètes ;
- étudier la population stellaire dans les galaxies proches, les étoiles jeunes dans la Voie lactée et les objets de la ceinture de Kuiper dans notre Système solaire.

## 2. NIRSpec

C'est un spectrographe dispersif multi-objets qui opère dans l'infrarouge proche. Il a été construit pour l'Agence spatiale européenne (ESA) par le consortium Astrium. Cet instrument peut observer simultanément plus de 100 sources sur un champ de  $3 \times 3$  minutes d'arc. C'est le premier instrument jamais envoyé dans l'espace à avoir cette capacité. Avec une sensibilité dans une gamme de longueurs d'onde qui correspond aux radiations des plus lointaines galaxies ses objectifs scientifiques clés sont :

- la formation des étoiles et des abondances chimiques des galaxies lointaines jeunes ;
- la recherche des structures dans les disques de gaz dans les noyaux galactiques actifs (galaxies très lumineuses et énergétiques, observables aux longueurs d'onde allant des ondes radio aux rayons X) ;
- la distribution des masses des étoiles dans les amas d'étoiles jeunes.

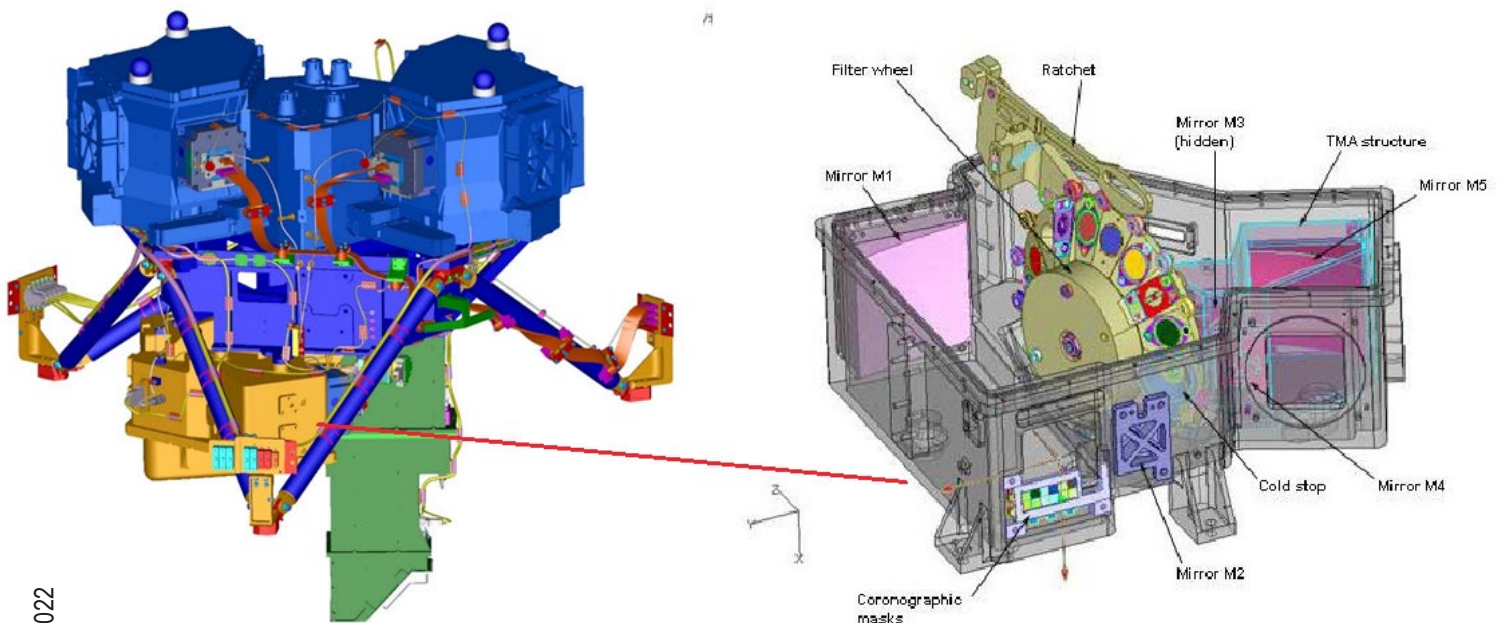
## 3. NIRISS

C'est l'instrument fourni par l'Agence spatiale canadienne (ASC), avec le détecteur de guidage de précision (FGS) (ces deux instruments étant couplés dos à dos dans une même structure mais fonctionnant d'une manière totalement indépendante). Cet instrument sera doté de capacités uniques lui permettant de :

- trouver les objets les plus anciens et les plus éloignés dans l'histoire de l'Univers ;
- découvrir de nouvelles exoplanètes semblables à Jupiter autour de jeunes étoiles proches de nous, et ce, malgré la lumière éblouissante de ces dernières ;
- détecter la mince couche atmosphérique de petites planètes habitables ressemblant à la Terre qui passeront devant leur étoile. On pourra alors déterminer la composition chimique de ces atmosphères et y chercher de la vapeur d'eau, du dioxyde de carbone et d'autres biomarqueurs potentiels comme le méthane et l'oxygène.

## 4. MIRI

C'est le seul instrument du JWST qui opérera dans l'infrarouge moyen (5 - 28 microns). Il a été proposé par un consortium européen, sous l'égide de l'ESA, La participation française à la réalisation de cet instrument s'est effectuée à travers le Centre national d'études spatiales (CNES). Cet instrument est composé de deux parties : l'imageur-coronographe-spectrographe de basse



À gauche MIRI : en bleu le MRS (Spectrographe de résolution moyenne), en orange MIRIM, (Imageur/Coronographe/Spectrographe de basse résolution) conçu et réalisé par les laboratoires français, sous la responsabilité du CEA et sous l'égide du CNES. À droite l'intérieur de MIRIM.



résolution, appelé MIRIm, et le spectrographe MRS/IFU de moyenne résolution, développé au Royaume-Uni. MIRIm a été conçu et réalisé au Département d'astrophysique de l'IRFU, CEA-Saclay, avec la participation du LESIA (Observatoire de Paris), de l'Institut d'astrophysique spatiale (IAS) de l'université Paris-Sud, et du Laboratoire d'astrophysique de Marseille (LAM).

Le grand diamètre du JWST, sa basse température ambiante, et les détecteurs à la pointe de l'art de MIRI permettent d'obtenir à 8 microns une sensibilité (flux limite de détection) 50 fois celle de Spitzer avec une résolution angulaire 7 fois supérieure. MIRI est donc sensé contribuer d'une manière prépondérante aux grands thèmes de recherche pour lesquels le JWST a été construit :

- l'émission d'hydrogène et la recherche des premiers objets lumineux ;
- la formation des premières galaxies dans l'Univers ;
- l'émission des éléments sombres dans les noyaux galactiques actifs ;
- la formation des étoiles et systèmes protoplanétaires.
- l'évolution des systèmes planétaires, la taille des objets de la ceinture de Kuiper et les comètes faiblement lumineuses ;
- l'observation des naines brunes et des planètes géantes ;
- la recherche des conditions favorables à l'apparition de la vie.

La séparation angulaire entre une étoile et son système planétaire étant très petite, l'utilisation de coronographes classiques à pastille de Lyot n'est pas adaptée. Une nouvelle génération de coronographes a été mise au point et étudiée par une équipe de chercheurs menée par Daniel Rouan, de l'Observatoire de Paris (LESIA). Ces coronographes appelés 4QPM (Four-Quadrant Phase Masks) permettent d'atténuer le flux de l'étoile et d'observer des objets angulairement très proches.

## Beaucoup de déboires et de reports du lancement !

Initialement prévu pour 2013, la date du lancement a été sans cesse reportée, alors que les instruments étaient prêts depuis longtemps et installés confortablement dans l'ISIM (MIRI avait été livré à la NASA en avril 2012). Ces reports ont eu un côté somme toute positif puisqu'ils ont permis de réaliser de nombreuses activités pré-lancement (tests, finalisation des scripts, préparation de la recette en vol et des calibrations, ainsi que l'élaboration d'outils d'analyse de haut niveau).

Il fallait attendre l'issue des tests de l'OTIS (l'ensemble miroirs et instruments) qui se sont terminés en septembre 2018. Alors que les attentes pointaient vers une date de lancement ultérieure à mi-mai 2020, il n'y avait plus qu'à attendre que le SCE (bus du vaisseau spatial + boucliers thermiques + modules du propulseur) ait terminé ses propres tests et soit prêt pour l'intégration. Malheureusement, le SCE a souffert de problèmes liés au propulseur et surtout à la fragilité de l'écran thermique révélée par les tests de déploiement sous 1 g. Du coup, le lancement fut à nouveau reporté !

L'assemblage de l'observatoire au complet qui était prévu pour octobre 2018 n'a eu finalement lieu qu'en 2019. S'ensuivit ensuite une nouvelle batterie de tests acoustiques et de vibration simulant le fracas et les secousses du lancement, précédés et suivis par de nouveaux tests de déploiement de l'écran thermique. Le lancement fut alors prévu pour mars 2021. Puis, reporté au 31 octobre 2021 en raison de la pandémie de coronavirus (COVID-19) ainsi que de certaines difficultés techniques liées aux résultats des tests de vibration.

Mais les déboires n'étaient pas terminés ! Pour améliorer la sécurité, Arianespace fixait conjointement avec la NASA et l'ESA le 18 décembre 2021 comme date de lancement prévue pour le vol VA256. De fait, l'ESA, Arianespace et RUAG Space (la société suisse responsable du carénage de charge utile) ont dû modifier au tout dernier moment la conception des événements sur le bouclier d'Ariane 5 pour éviter qu'une dépressurisation endommage l'observatoire lors des largages du carénage. En effet, après analyse des données recueillies sur des vols antérieurs d'Ariane (en particulier lors du dernier lancement d'une fusée de ce type le 30 juillet 2020), il fut craint que l'air résiduel emprisonné dans les membranes de l'écran solaire cause une « surpression » au moment de la séparation, ce qui aurait pu l'endommager. Un nouveau matériel a dû être mis au point pour s'assurer que les événements autour de la base du carénage de la charge utile restaient entièrement ouverts lors du vol d'Ariane, ce qui permettait d'équilibrer la pression avant la séparation, et des orifices de ventilation ont été introduits sur le carénage.

Le 18 décembre a glissé vers le 22, suite à un incident survenu pendant les opérations d'installation du satellite à Kourou (un relâchement soudain et imprévu d'une bande de serrage – qui fixe le JWST à l'adaptateur du lanceur – et qui a provoqué une vibration dans tout l'observatoire). Mais le JWST ne voulait, semble-t-il décidément pas nous quitter ! Malgré une RAL (revue avant lancement) réussie la météo est devenue contraire (vents violents en altitude) et Arianespace s'orienta vers un tir le 25 décembre au plus tôt. Cette fois-ci, c'était la bonne ! Tout était en ordre de tir, les plus ultimes mesures de précaution étaient prises...



Ça y est ! Il est enfin lancé !

Le JWST est enfin parti le 25 décembre à 13 h 20 (heure de Paris). Ce lancement spectaculaire fut une réussite parfaite, et tous les événements se sont déroulés comme prévu, au moindre détail près. Un très grand succès pour Arianespace et le CNES.

C'est un moment que toutes les équipes qui avaient travaillé sur ce projet attendaient avec un mélange d'impatience et d'appréhension.

Le décompte final fut irrespirable. En dehors des coûts financiers pharamineux, il s'agissait surtout de plus de 40 millions d'heures de travail humain ! Puis soudain, une fumée au loin apparut, à 5 km du site d'observation le plus proche du pas de tir. Le moteur Vulcain s'est allumé. Il fallut encore attendre 7 secondes avant que les

gigantesques boosters à poudre qui flanquent la fusée ne s'allument dans une lumière éclatante. Alors que la fusée disparaissait rapidement dans les nuages, le son parvenait enfin aux spectateurs émus dans un vacarme crépitant. Aux dires de tous, le tonnerre métallique donnait la chair de poule.

Certains scientifiques impliqués dans la mission peinaient à retenir leur émotion. Certains pleuraient, discrètement. Tous étaient sidérés par la puissance du spectacle. Le lancement était un moment charnière, mais ce n'était que le début de la mission. Les 20 jours qui l'ont suivi ont vu le vaisseau spatial se déployer, la plus difficile et la plus complexe opération jamais tentée dans l'espace.

## Après le lancement

Les premières données de télémétrie furent reçues environ cinq minutes après le lancement. Vingt-cinq minutes plus tard, le réseau solaire se déployait, et fournissait l'électricité requise. Peu après, la liaison de communication depuis la station au sol de Malindi au Kenya fut établie, et les premières commandes au vaisseau spatial pouvaient être envoyées.

Puis, une manœuvre d'ajustement de la trajectoire, suivie de l'activation des capteurs de température et des jauges de contrainte du télescope ; du déploiement de l'antenne à haut débit qui transmettra les données (au moins 28,6 Goctets, deux fois par jour) ; du positionnement de la tour déployable (DTA, « Deployable Tower Assembly »), qui s'étend sur 1,22 mètres, pour mettre l'espace nécessaire entre la section supérieure de l'observatoire, qui abrite les miroirs et les instruments scientifiques, et le bus de vaisseau spatial, qui détient l'électronique et les systèmes de propulsion, et qui laisse l'espace suffisant pour que les membranes de l'écran solaire puissent se déployer complètement.

Ensuite, le déploiement des deux « bras » de l'écran solaire, et qui étiraient avec eux, les différentes couches de cet écran pour l'étendre à sa pleine largeur de 14,32 mètres. Puis, la tension de chacune des couches, qui était sans doute l'opération la plus redoutée.

Finalement, la structure du support du miroir secondaire (soutenu par trois entretoises légères déployables qui mesurent chacune près de 7,6 mètres de long et sont conçues pour résister aux rigueurs de l'espace ; des systèmes de chauffage spécialisés ont été utilisés pour réchauffer les joints et les moteurs nécessaires à un fonctionnement continu).

Le déploiement complet fut finalisé le 8 janvier à 19 h 17 (heure de Paris), lorsque les deux ailes du miroir primaire, furent verrouillées dans leur position finale (ces ailes contiennent chacune trois des 18 segments hexagonaux revêtus d'une fine couche d'or – notons que pour l'ensemble des miroirs, un total de 48,25 g d'or, soit l'équivalent de 2 480 €, ce qui n'est pas exorbitant dans le budget global !).

C'est maintenant aux opticiens de jouer pour aligner l'optique du télescope, c'est-à-dire pour ajuster les 18 segments du miroir primaire du plus grand et le plus complexe observatoire spatial jamais réalisé – un alignement qui prendra des mois. Les instruments scientifiques pourront être alors calibrés, pour nous délivrer leurs premières images cet été.

Ce sera sans doute l'occasion d'un prochain article ! En attendant, je ne saurais que trop recommander aux lecteurs avides de renseignements de consulter le site officiel français [jwst.fr](http://jwst.fr).



«Ça y est ! Le 24 janvier 2022, à 20 h 05 (UTC+1, heure en France) le JWST est arrivé sur son orbite autour de L2, 30 jours après son lancement. La communauté a suivi minute après minute le déroulement des opérations, avec des sentiments mêlés, d'excitation, d'inquiétude, de joie et de crainte, qui ponctuaient la fin de l'odyssée du JWST vers son point de stationnement (une manière de dire puisqu'il ne restera pas dans une position vraiment fixe, mais se déplacera sur une orbite très large autour de L2). Sans oublier les extraordinaires prouesses techniques qui ont conduit au déploiement d'un origami au cours de ce voyage. Nous avons vécu et sursauté aux soubresauts des variations de la vitesse du JWST qui reflétaient les manœuvres des boosters qui mettaient l'observatoire dans son orbite. Nous avons vu la distance vers L2 qui se réduisait au fil des minutes, mais nous étions inquiets parce que la vitesse ne baissait pas : le JWST devait arriver sur son orbite avec une vitesse de 100 m/s, alors qu'il y est arrivé à une vitesse double. Les ingénieurs de la NASA nous expliqueront prochainement pourquoi, mais cela n'a plus d'importance.»



**Première loi.** — *Les planètes décrivent autour du Soleil, dans le sens direct (c'est-à-dire dans le sens de leur rotation sur elles-mêmes), des ellipses dont le Soleil occupe l'un des foyers.* — Les plans de toutes ces ellipses sont sensiblement confondus avec le plan de l'écliptique.

En réalité, les orbites des planètes sont très peu allongées et se rapprochent beaucoup de la forme circulaire; sur les figures nous exagérons l'allongement des ellipses.

**Deuxième loi.** — *Les aires décrites par la droite qui joint le Soleil à une planète (rayon vecteur) sont proportionnelles aux temps mis à les décrire, autrement dit les aires décrites par le rayon vecteur en des temps égaux sont égales.*

Ainsi, considérons une ellipse décrite par l'une des planètes P, le soleil S occupant l'un des foyers, et soient (fig. 26) ASA', BSB' et CSC' trois secteurs décrits par le rayon vecteur SP en des temps égaux. D'après la seconde loi de Képler, on a

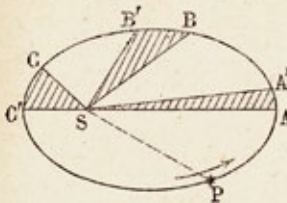


Fig. 26.

aire ASA' = aire BSB' = aire CSC'.

On en déduit pour les angles correspondants les inégalités

$$\widehat{ASA'} < \widehat{BSB'} < \widehat{CSC'}.$$

**Troisième loi.** — *Les carrés des temps que mettent les planètes à décrire leurs orbites sont proportionnels aux cubes des grands axes des ellipses.*

On en déduit, en représentant par  $d$  les distances des planètes au Soleil (ou demi-grands axes des ellipses),

$$\frac{t^2}{t'^2} = \frac{d^3}{d'^3}.$$

Ces lois s'appliquent également aux mouvements des satellites autour de leurs planètes.

Dossier

# Les lois de Kepler

Les lois de Kepler telles qu'elles sont présentées dans *Les éléments de cosmographie*, ouvrage de A. Grignon, « à l'usage des élèves de première A et B de l'enseignement secondaire des garçons » et « de 4<sup>e</sup> année de l'enseignement secondaire des jeunes filles » (nous sommes en 1905...)

# PETITE HISTOIRE DE LA 3<sup>e</sup> LOI DE KEPLER

Pierre Le Fur, Toulon

*Les trois lois de Kepler fondent la base de l'astronomie moderne. L'histoire de leurs découvertes constitue une étape clef. La troisième loi ne concernait que l'aspect cinématique. Il faudra attendre Isaac Newton pour en donner une interprétation dynamique.*

Les publications des ouvrages de Kepler s'étendent de 1595, *Mysterium Cosmographicum* (le Secret du monde), à 1627, *Tabulae Rudolphinae* (les Tables Rudolphines). Cette période est à la charnière entre le monde de la Renaissance et le siècle des Lumières. Elle est scientifiquement dominée par les astronomes et mathématiciens jésuites, comme Clavius, qui viennent d'établir le calendrier du pape Grégoire XIII en 1582, toujours en usage de nos jours. Elle coïncide avec la date de naissance de la physique classique puisque c'est en 1610 que Galilée observa les astres avec sa lunette, et qu'il décrivit ses expériences dans son premier et fameux ouvrage *Sidereus Nuncius*, (le messager des étoiles). L'*Astronomia nova* de Kepler imprimé en 1609 contient les deux premières lois décrivant le mouvement de la planète Mars : trajectoire elliptique autour du Soleil, celui-ci occupant l'un des foyers et la loi des aires qui précise le déroulement temporel du déplacement le long de l'orbite. Douze ans plus tard, *Epitome Astronomiae Copernicanae* rassemble la généralisation de ces deux lois à toutes les planètes connues de Mercure à Saturne et même aux satellites galiléens de Jupiter récemment découverts. Mais surtout Kepler y présente le fruit de ses travaux achevés dès 1618 : la troisième loi que l'on traduirait dans une écriture moderne, que nous retiendrons, par :

$$T^2/a^3 = \text{constante} \quad [1]$$

si  $T$  est la période de révolution sidérale de la planète autour du Soleil et  $a$ , le demi-grand axe de son orbite elliptique.

Notons qu'il savait calculer  $T$  à partir des observations de la période apparente de la planète et de celle de la Terre. Celles-ci étant essentiellement les résultats obtenus par Tycho Brahé, le génial astronome observateur danois mort en 1601 dont Kepler, grand mathématicien mais piètre observateur, avait pu exploiter les mesures reportées sur ses cahiers d'observations.

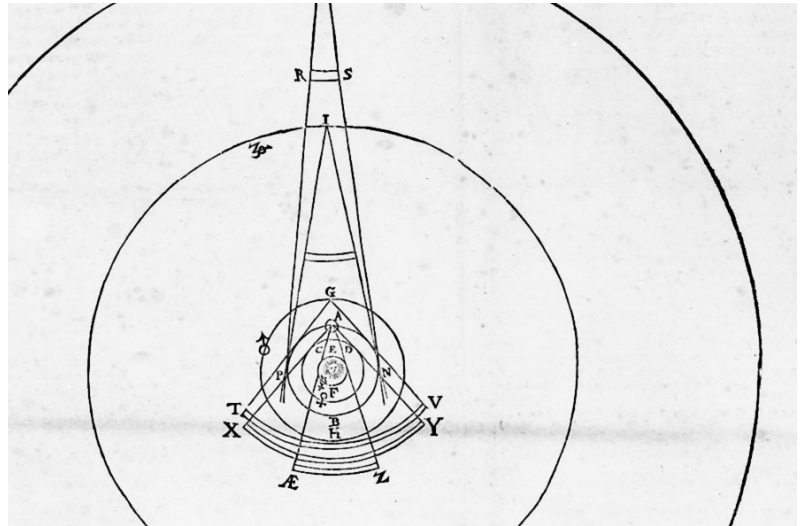


Fig.1. Du Soleil à Saturne, proportions des orbites connues en 1621 et angles sous lesquels on voit les orbites. Par exemple celle de la Terre vue depuis Jupiter ou Saturne. Image tirée de *Prodromus dissertationum cosmographicarum* par Johannes Kepler 1621 (source <https://gallica.bnf.fr/>).

Par contre, à cette époque, la valeur réelle de  $a$  caractérisant la taille de l'orbite, restait totalement inconnue ! On connaissait uniquement le rapport  $a_{\text{planète}}/a_{\text{Terre}}$ . En d'autres termes, si l'unité de  $a$  était l'unité astronomique :  $a_{\text{Terre}} = 1$ . Par exemple  $a_{\text{Jupiter}} = 5,2$ .

L'approche képlérienne est mathématique donc cinématique. La loi est empirique, sans justification dynamique correcte, qui viendra plus tard avec Newton. Kepler l'a écrit sous la forme : « les temps périodiques de deux planètes quelconques sont entre eux en proportion exactement sesquialtère<sup>1</sup> de leur distance moyenne. ». [2]

Cette écriture conduit certains historiens [1] à penser que le mot logarithme est sous-entendu, et que Kepler les a utilisés sous la forme :

$\ln(T_2/T_1) = 3/2 \ln(a_2/a_1)$  où la proportionnalité apparaît. En effet, John Napier venait de publier sa puissante invention mathématique qu'est le logarithme en 1614. À la fin de l'année 1616, Kepler en a pris connaissance et l'a adopté avec un grand enthousiasme puisqu'il lui a permis de simplifier considérablement ses calculs. Il consacra

1 Sesquialtère = 3/2.



un ouvrage spécifique aux logarithmes. Puis, lorsqu'il publiera ses éphémérides (*Tables Rudolphines* 1627) il les dédiera à Napier.

## La formule de l'harmonie céleste

Avant tout, il apparaît immédiatement que pour Kepler, les planètes tournent autour du Soleil. Très tôt, lors de sa formation par l'astronome Maestlin, dans les années 1590, il avait adopté le modèle du chanoine Copernic (publié en 1543) et abandonné celui de Ptolémée (2<sup>e</sup> siècle après Jésus Christ), pourtant plus précis à cette époque et validé par les astronomes du pape. Cette conviction s'exprime clairement dans son premier ouvrage *Mysterium Cosmographicum*. L'esthétique de ce modèle correspond parfaitement avec l'état d'esprit de Kepler : très chrétien, puisqu'il se destinait à être pasteur, il y voyait la Sainte Trinité : Dieu associé au Soleil, Jésus-Christ à la sphère céleste et les planètes au Saint-Esprit. Il affirme dès 1595 que « le Créateur, Très Bon et Très Grand s'est référé pour la création de ce monde mobile et la disposition des cieux à ces cinq corps réguliers qui, depuis Pythagore et Platon jusqu'à nos jours, ont acquis une si grande célébrité<sup>2</sup>, et qu'il a ordonné en fonction de leur nature le nombre des cieux, leurs proportions et le rapport de leurs mouvements. ». [2].

Dans son esprit, les planètes sont donc placées dans un ordre et à des distances qui traduisent une harmonie divine. Les orbites circulaires des planètes sont inclus dans une série des cinq polyèdres réguliers, du cube pour Saturne, à l'octaèdre pour Mercure. Le langage de Dieu est mathématique et harmonieux.

La première publication de sa troisième loi se fait en 1619

dans *Harmonices Mundi* car elle ajoute à son image du monde un lien pythagoricien donc mathématique entre T et a, comparable à celui existant entre la longueur d'une corde d'instrument musical et la note fondamentale émise. Il y voit une sorte de « musique des sphères » qui s'exprime ainsi.

Notons qu'il a alors abandonné son idée d'enchâsser les orbites dans des polyèdres, il s'est incliné devant les résultats des mesures et de ses calculs (orbites elliptiques et non circulaires).

On retrouve ainsi l'idée d'un modèle (polyèdres « osculateurs ») confronté à une expérience (orbites mesurées) ; ici ce modèle est religieux et philosophique ce qui diffère évidemment très largement des processus de pensée de la science moderne.

Le modèle héliocentrique du chanoine Copernic a été condamné d'abord par Luther et Melancton en 1541 dès sa prépublication *Narratio Prima*, puis par l'Église catholique en 1616 [4]. C'est l'époque des guerres de religions. Ces condamnations conduisirent aux complexes et douloureuses affaires Giordano Bruno et Galilée, où dogmes, astronomie, politique et jalousies s'entremêlent. L'héliocentrisme fut donc défendu avec courage par Kepler malgré les risques encourus. Cependant, science et religion resteront intimement liées pendant plus de deux siècles, à la recherche de la structure mathématique du monde céleste, image de l'harmonieuse pensée de Dieu.

## L'interprétation dynamique de Newton

Kepler échoua dans ses tentatives de développer un modèle cohérent de cause physique aux révolutions des planètes autour du Soleil. Pour lui, la rotation propre

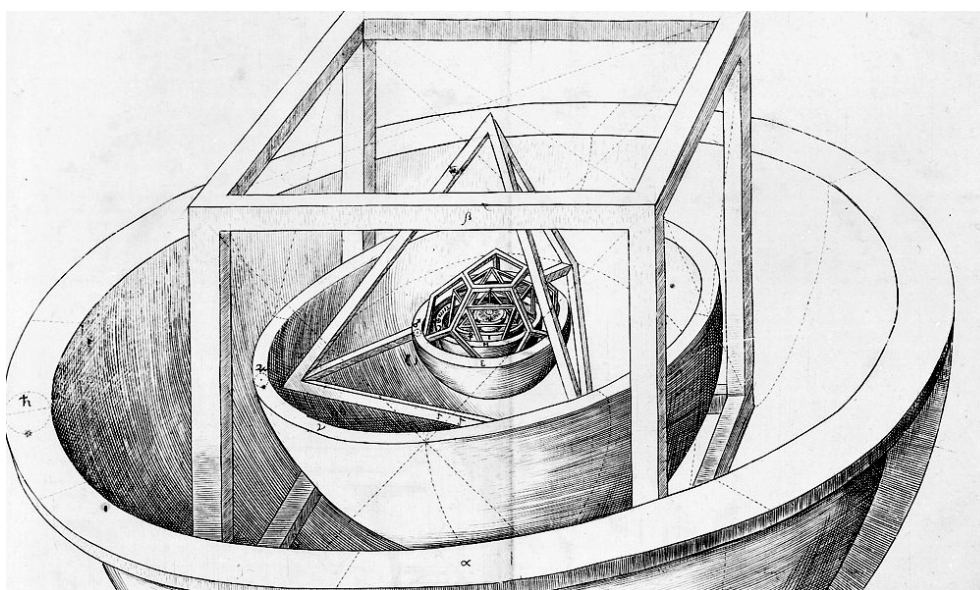


Fig.2. Polyèdres et orbites tirée de Prodomus dissertationum cosmographicarum par Johannes Kepler (1621). L'orbite la plus extérieure est celle de Saturne, puis on trouve Jupiter, Mars... (source gallica.bnf.fr/BnF)

<sup>2</sup> Cinq polyèdres réguliers.



du Soleil, alors mesurée par les premiers observateurs comme Galilée ou le Père jésuite Scheiner, entraînait les planètes, idée développée plus tard par Descartes dans la théorie des tourbillons.

Il faut attendre 1687 et la publication de l'ouvrage révolutionnaire d'Isaac Newton, *Philosophiae naturalis principia mathematica* pour obtenir une interprétation dynamique des mouvements orbitaux des planètes. Entretemps, Kepler était décédé en 1630. Newton y démontre les lois de Kepler à partir de sa seconde loi de la mécanique, qu'on appelle principe fondamental de la dynamique du point (PFD) et avec sa loi de la gravitation universelle (GU) appliquée à l'action à distance du Soleil sur la planète qui est le moteur dynamique du mouvement. Là encore, comme pour Kepler, ses hypothèses sont inspirées d'idées religieuses et alchimistes mais aussi des travaux scientifiques de Galilée, entre autres.

Cette troisième loi de Kepler s'obtient très simplement dans le cas d'une orbite circulaire, comme la Terre (en première approximation) :

- (PFD)  $F = m\gamma$  où  $\gamma$  est l'accélération et  $m$  la masse de la planète. Les mathématiques (cinématique) donnent  $\gamma = 4\pi^2 a / T^2$  pour le mouvement circulaire uniforme. Soit  $F = m 4\pi^2 a / T^2$
- (GU)  $F = G m M_s / a^2$  où  $M_s$  est la masse du Soleil et  $G$  la constante de gravitation universelle dont la valeur numérique est liée aux unités choisies.

En comparant les deux expressions possibles de  $F$ , on obtient :

$$T^2 / a^3 = 4\pi^2 / (G M_s)$$

C'est la nouvelle expression de la troisième loi de Kepler où la constante est enfin explicitée et où on observe qu'elle est valable quelle que soit la masse  $m$  de la planète<sup>3</sup>.

Cette démonstration simple est souvent présentée aux étudiants en quelques minutes alors qu'elle représente des années de travaux acharnés des plus grands physiciens du XVII<sup>e</sup> siècle. Newton ne s'est évidemment pas contenté du cas simpliste d'une orbite circulaire. Son œuvre aboutit aux trois lois de Kepler dans le cas général. Pour cela il a dû mettre au point des méthodes mathématiques originales pour intégrer les équations différentielles du mouvement. Ce n'est que vers 1830 que le mathématicien-astronome Jacques Binet proposa une méthode rapide enseignée aux étudiants de premier cycle.

## La dernière étape

Il apparaît clairement qu'en mesurant  $T$ ,  $a$ ,  $G$  on peut accéder aisément à la masse  $M_s$  du Soleil. Depuis les mesures de la parallaxe de Mars par Cassini et Richer en 1672, les astronomes avaient enfin accès aux valeurs des demi-grands axes  $a$  des orbites. La valeur de l'unité

<sup>3</sup> Cette formule est valable si la masse  $m$  de la planète est petite devant  $M_s$ , la masse du Soleil.

astronomique avait donc été calculée :  $1 \text{ UA} = a_{\text{Terre}} = 138$  millions de km en unités modernes [5]. Rappelons que la valeur actuelle est 149,6 millions de km. Contrairement à Kepler, Newton avait donc connaissance de la taille réelle du Système solaire jusqu'à Saturne.

Notons que cette détermination associée à l'observation d'un décalage temporel entre les observations des éclipses des satellites galiléens de Jupiter et leurs éphémérides calculées, avaient conduit l'astronome danois Ole Roëmer, sous la direction du même Cassini, à calculer la vitesse de la lumière en 1676 :  $c = 260\,000 \text{ km/s}$  [5].

Malgré ces progrès considérables la troisième loi de Kepler contenait toujours une inconnue : la constante de gravitation universelle  $G$  ! Newton mourut en 1727 sans avoir une idée précise de sa valeur tant elle était difficile à déterminer.

Il faut attendre 1798 pour que l'anglais Henry Cavendish (né en 1731 à Nice) parvienne à mesurer  $G$  au laboratoire en utilisant une balance de torsion ultrasensible. Les forces de gravitation réciproques mais infimes de deux masses sphériques de plomb sont déduites du couple qu'elles exercent. Connaissant la distance entre les centres des sphères il en déduisit  $G$ . La balance utilisée avait été inventée auparavant par John Michell un astronome-géologue anglais.

Cent quatre-vingts années de travaux théoriques et pratiques, longs et complexes ont été nécessaires pour maîtriser la physique contenue dans l'une des formules les plus importantes de l'astronomie classique, la troisième loi de Kepler.

## Épilogue

Ainsi les masses du Soleil, de la Terre et de toutes les planètes possédant au moins un satellite naturel furent connues au début du XIX<sup>e</sup> siècle. Actuellement, cette loi reste également applicable aux satellites artificiels de la Terre. Mais l'histoire n'est pas complète si l'on omet de signaler la généralisation de cette loi dans le cas où les astres en interaction gravitationnelle ont des masses d'ordres de grandeur proches comme pour les étoiles doubles ou les couples étoile – exoplanète fortement massives. Ce que l'on appelle le problème à deux corps. En ce début d'année 2022, rendons hommage à Kepler, le visionnaire, né il y a 450 ans. Sa troisième loi reste l'une des plus belles formules de la physique. L'apprendre par cœur peut être comparé à l'apprentissage d'un poème de Baudelaire...

[1] <https://mathpages.com/rr/s8-01/8-01.htm>

[2] « Science classique et théologie », Robert Locqueneux chez Vuibert, 2010, collection adapt-Snes, p15.

[3] « Ciel passé, présent », Gilbert Walusinski chez Etudes vivantes, Paris-Montréal, 1981, p72.

[4] idem p 62.

[5] <https://www.observatoiredeparis.psl.eu>.

# PESER JUPITER

Isabelle Santos, Toulouse

*Comment peut-on connaître la masse de Jupiter alors qu'on ne peut pas la poser sur une balance ? Cet article vous montre comment faire avec un télescope, la troisième loi de Kepler et un peu de calcul.*



Photo de Jupiter avec l'ombre de Io projetée à sa surface. NASA/Juno.

J'ai fait faire cette expérience aux participants 2<sup>e</sup> étoile des camps astro de l'association Planète Sciences.

## La loi de Kepler

En 1609, Kepler a découvert que les planètes suivent des orbites elliptiques autour du Soleil, et que le Soleil est situé à un des foyers de l'ellipse. Cette découverte s'applique aux planètes autour du Soleil, mais aussi aux satellites autour des planètes, et de façon générale à tout objet en orbite autour d'un autre objet significativement plus lourd que lui.

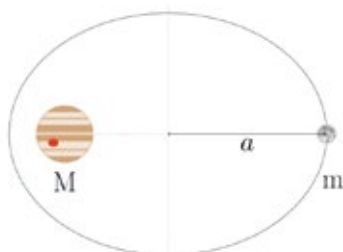
La troisième loi de Kepler décrit le lien entre la masse d'un objet et la trajectoire des objets qui l'orbitent. Formellement, cette loi énonce :

*Soit un objet de masse  $m$  en orbite autour d'un objet de masse  $M$  de sorte que le demi-grand axe de l'orbite soit égal à  $a$  et sa période égale à  $T$ .*

$$\text{Alors on a, } \frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M+m)}{4\pi^2}$$

avec  $G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ , la constante universelle de gravitation.

Si on néglige  $m$ , le terme de droite dans cette équation est une constante pour un  $M$  donné. Ainsi, l'orbite des satellites de Jupiter est directement liée à la masse de Jupiter. En observant le déplacement de Io – un des satellites galiléens – nous allons en déduire la masse de Jupiter.



Ici, nous ferons quelques approximations :

- nous considérons que l'orbite des satellites galiléens est circulaire. De cette façon, le rayon de l'orbite est égal au demi-grand axe. Cette hypothèse va simplifier la détermination du demi-grand axe des satellites. En pratique, l'excentricité de ces satellites est inférieure à 0,01, donc les orbites sont presque des cercles ;
- nous supposons la masse des satellites négligeable devant la masse de Jupiter :  $m \ll M$ . Cela nous permet de simplifier le numérateur du terme de droite dans l'équation ci-dessus. En pratique, Jupiter est 13 000 fois plus massive que la plus massive de ses lunes.

$$\text{Nous pouvons alors écrire } M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2},$$

et il suffit de déterminer le rayon et la période de l'orbite d'une de ses lunes pour en déduire la masse de Jupiter.

## Jupiter et ses satellites

Jupiter est la cinquième planète du Système solaire en partant du Soleil. Un cortège de plus de soixante satellites est en orbite autour. Quatre d'entre eux – Io, Europe, Ganymède et Callisto – ont été découverts par Galilée au 17<sup>e</sup> siècle et sont appelés les satellites galiléens. Ces satellites sont particulièrement intéressants car ils sont faciles à observer, même avec un petit instrument. En outre, la période orbitale de Io est de 1,8 jour, ce qui permet de facilement observer plusieurs révolutions. Or plus nous pourrons observer de révolutions d'un satellite, plus les valeurs obtenues par cette méthode seront précises.

## Déroulement général de l'expérience

Si l'énoncé de la troisième loi de Kepler peut sembler trivial, déterminer la période et le demi-grand axe de ces satellites demande plusieurs nuits d'observation. Selon le matériel et le temps à disposition, ainsi que la période de l'année et la météo, certaines parties de cette manipulation peuvent être remplacées par l'utilisation du logiciel Stellarium.

La situation idéale consiste à avoir des groupes de 3 personnes, où chaque groupe mène ses propres observations. Mais il est possible d'avoir des groupes plus grands où les stagiaires observent chacun leur tour.

Matériel nécessaire pour un groupe :

- un télescope ;
- un chronomètre. Alternativement, on peut choisir d'utiliser un appareil photo plutôt qu'un chronomètre ;
- papier, crayons...
- des supports rigides sur lesquels écrire ;
- des lampes rouges ;
- le logiciel Stellarium (disponible à l'adresse <http://stellarium.org/>).

Plus le nombre de nuits consécutives d'observation sera grand, meilleure sera la précision du résultat. Il faut observer pendant au moins quatre nuits pour voir deux révolutions complètes de Io, ce qui constitue le minimum afin de pouvoir caractériser son orbite.

## Observation du système jovien

Parmi les satellites que l'on voit dans un télescope, a priori, on ne sait pas lequel est Io, Europe, Ganymède ou Callisto. Afin de pouvoir les désigner quand même, on peut leur donner des noms arbitraires (par exemple « satellite A » ou « pomme »). On commencera toute observation par la réalisation d'un schéma indiquant la position relative de Jupiter et de ses satellites. Au fil des observations, on constatera que certains satellites s'éloignent plus de Jupiter que d'autres.

En outre, bien que Io soit le satellite le plus proche de Jupiter, la distance angulaire entre Jupiter et Io peut être

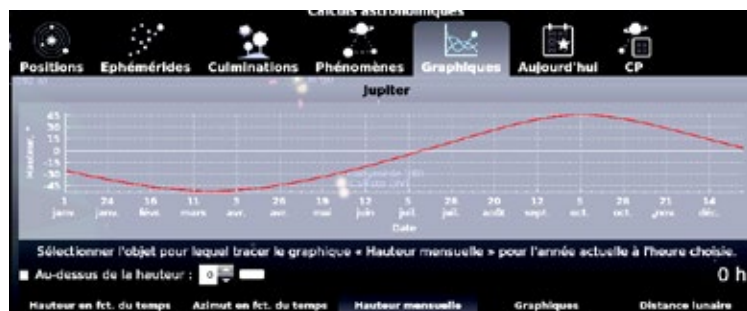
plus grande que celle entre Jupiter et un autre satellite galiléen. Il est donc important de suivre le parcours des quatre satellites galiléens au fil du temps afin de ne pas les confondre.

On peut également s'aider d'une éphéméride ou de Stellarium afin de connaître la configuration du système jovien. On réduit ainsi le risque de confondre deux satellites.

Attention cependant, ce que l'on voit dans le télescope est à l'envers par rapport à ce que l'on voit sur un écran avec le logiciel Stellarium ! En effet, un télescope « retourne » les images, comme lorsque l'on regarde son reflet dans une cuillère<sup>1</sup>.

À cause du mouvement de la Terre et de Jupiter autour du Soleil, il n'est pas toujours possible de mener cette expérience. En effet, il faut que Jupiter soit suffisamment haute sur l'horizon pendant la nuit.

Vous pouvez déterminer la visibilité de Jupiter avec Stellarium, grâce à l'outil des calculs astronomiques (touche F10). Par exemple, on voit dans la capture d'écran suivante qu'en 2022, si on veut observer Jupiter à minuit, on ne pourra le faire qu'à partir de mi-juillet.



Ainsi, la période d'août à novembre 2022 est propice pour mener cette expérience.

## Distances angulaires

La distance angulaire est l'angle sur la voûte céleste qui sépare deux objets. Pour mesurer la distance angulaire qui sépare Jupiter de ses satellites, nous allons utiliser le mouvement de rotation de la Terre sur elle-même.

Lorsque l'on regarde dans un télescope non-motorisé, on voit les objets se déplacer petit à petit, du fait du mouvement de rotation de la Terre sur elle-même. Au fil du temps, les objets célestes qui étaient visibles dans l'oculaire sortent du champ de vision. Le schéma suivant illustre la position de Jupiter et de Io vus dans l'oculaire à trois moments différents.



<sup>1</sup> Si, en plus, on utilise un renvoi coudé, une des dimensions (droite gauche ou haut bas) est redressée mais pas l'autre...



Jupiter et ses satellites sur Stellarium.



La Terre fait un tour sur elle-même en 24 heures. Avec une règle de trois, on trouve que la Terre tourne sur elle-même au rythme de  $360^\circ / 24 \text{ h}$  soit  $15^\circ$  par heure ou encore 15 secondes d'arc par seconde.

Afin de déterminer la distance angulaire qui sépare Jupiter de ses satellites, on peut alors suivre la procédure suivante<sup>2</sup> :

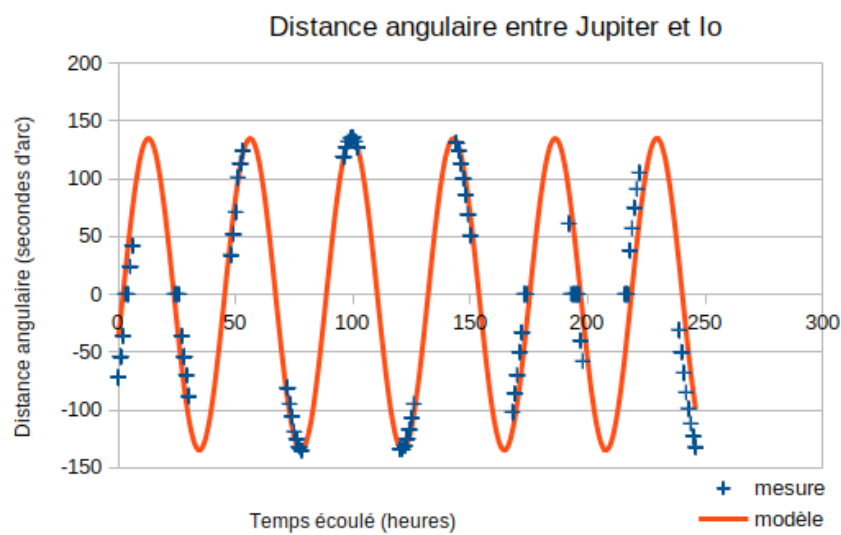
1. Centrez Jupiter dans l'oculaire. Dans le cas d'une monture motorisée, assurez-vous que le suivi n'est pas enclenché.
2. Choisissez un des satellites de Jupiter et regardez la direction dans laquelle Jupiter semble se déplacer dans l'oculaire. Notez qu'il s'agit ici d'un mouvement apparent dû à la rotation de la Terre sur elle-même.
3. Si Jupiter suit le satellite :
  - a. Dès que le satellite atteint le bord du champ de vision de l'oculaire, enclenchez le chrono et notez l'heure.
  - b. Continuez de regarder dans l'oculaire jusqu'à ce que Jupiter arrive au bord du champ de vision de l'oculaire.
  - c. Arrêtez le chrono lorsque Jupiter atteint le bord du champ de vision de l'oculaire.
  - d. Notez le temps écoulé en positif.
4. Si au contraire Jupiter sort de l'oculaire avant le satellite :
  - a. Enclenchez le chrono et notez l'heure lorsque Jupiter atteint le bord du champ de vision de l'oculaire.
  - b. Arrêtez le chrono lorsque le satellite atteint le bord du champ de vision de l'oculaire.
  - c. Notez le temps écoulé en négatif.
5. Utilisez la règle de conversion énoncée ci-dessus ( $15''/\text{s}$ ) pour déterminer la distance angulaire entre Jupiter et son satellite en fonction du temps mesuré au chrono.

Il est possible de répéter cette observation avec chacune des lunes galiléennes, si on veut pouvoir comparer la masse déduite dans chaque cas. Faites des mesures plusieurs fois au cours de la nuit, par exemple une fois par heure. Faites de même plusieurs nuits d'affilée afin de voir quelques orbites de Io.

## Exploitation des données

Après avoir collecté des données pendant plusieurs nuits d'observation, on peut tracer un graphique représentant la distance entre Jupiter et chacune de ses lunes en fonction du temps. On peut également chercher à trouver la sinusoïde d'équation  $y = A \sin(\omega t + \phi)$  qui colle le mieux aux données. En effet, la distance angulaire entre Io et Jupiter suit – en première approximation – une sinusoïde.

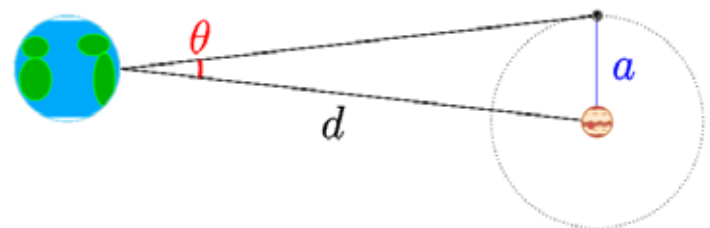
<sup>2</sup> On suppose ici que la ligne Io Jupiter est parallèle à l'équateur céleste. Comme ce n'est pas forcément le cas, on induit une erreur qui peut dépasser 10 %. On peut minimiser l'erreur en choisissant un oculaire permettant d'avoir Io au bord du champ quand Jupiter est au centre.



Les croix bleues représentent les mesures qui ont été faites. Les plages horaires sans données correspondent aux moments où Jupiter était sous l'horizon et aux moments où il faisait jour.

On trouve ici que la distance angulaire maximale entre Io et Jupiter est d'environ 135 secondes d'arc et la période orbitale de Io est d'environ 42 heures.

On peut directement utiliser la période, mais l'expression de la loi de Kepler utilise le rayon de l'orbite et non pas la distance angulaire. Il faut donc convertir cette distance angulaire maximale en distance. Pour cela, on utilise l'approximation des petits angles dans le triangle formé par la Terre, Jupiter et Io.



Avec les notations du schéma, on a alors :  $\theta \approx a/d$  si  $\theta$  est en radians.

Pour déterminer la distance de Jupiter, nous utilisons ici Stellarium.

- Vérifiez que la date dans le logiciel est bien celle du jour. Pour régler l'heure, utilisez le bouton sur le côté gauche de l'écran ou bien appuyez sur la touche F5.
- Ouvrez la fenêtre de recherche d'objet avec le bouton sur le côté gauche de l'écran ou bien la touche F3. Tapez « Jupiter » et appuyez sur la touche Entrée.
- Des informations au sujet de Jupiter s'affichent en haut à gauche, de l'écran. Parmi ces informations, il y a la distance entre l'observateur et Jupiter. Utilisez cette valeur pour d.

### Un exemple de calcul

Avec une distance angulaire de 135" et une distance  $d$  d'environ  $6,4 \times 10^{11}$  m (moyenne sur la durée d'observation), on obtient :

$$a = d \times \theta = 6,4 \times 10^{11} \times 135 / 3600 \times \pi / 180$$
$$m = 4,2 \times 10^8 \text{ m.}$$

Avec  $T = 42 \text{ h} = 151\,200 \text{ s}$ , on trouve :

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2} = 1,9 \times 10^{27} \text{ kg soit } 320$$

fois la masse de la Terre.

## Variations possibles

### Avec un appareil photo

Afin d'estimer les distances angulaires, il est aussi possible d'utiliser un appareil photo au niveau de l'oculaire. En connaissant le champ de vue du télescope, on peut convertir un nombre de pixels dans l'image en un angle apparent.

### Avec Stellarium

Dans le logiciel Stellarium, activez la fonction « Mesure d'angle ». Pour cela, allez dans le menu de configuration générale (touche 'F2').

1. Allez dans l'onglet « Plugins ».
2. Sélectionnez « Mesure d'angle ».
3. Cochez la case « Charger au démarrage » et redémarrez Stellarium.
4. Dans la barre d'outils en bas de l'écran, un bouton permet maintenant de passer en mode « Mesure d'angle ».

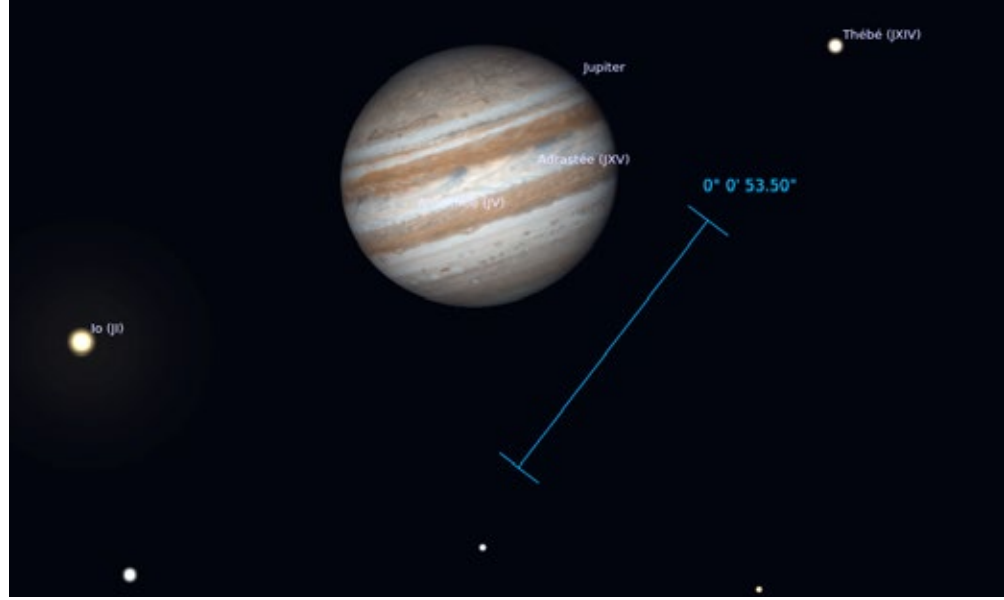
Cliquez sur le bouton « Mesure d'angle ». Maintenant, quand vous

faites un cliquer-déplacer sur l'écran de Stellarium, une règle apparaît avec la valeur de l'angle entre les deux extrémités du trait.

Cherchez la planète Jupiter (touche F3, tapez 'Jupiter' et appuyez sur Entrée). Zoomez avec la molette de la souris et estimez la distance angulaire entre Jupiter et Io. Avancez dans le temps (accédez à la fenêtre de gestion de l'heure avec la touche F5) et répétez l'opération jusqu'à avoir suffisamment de données.

### Déterminer la distance de Jupiter par l'observation

Dans l'expérience proposée ici, la distance entre la Terre et Jupiter est supposée connue. Il doit être cependant possible de déterminer cette distance par l'observation avec un spectrographe et une caméra.



Nous donnons ici un aperçu de l'expérience, mais celle-ci pourrait faire l'objet d'un autre article à part entière.

1. Mesurez la période de rotation de Jupiter :

- repérez les détails à la surface de Jupiter ;
- observez Jupiter plusieurs fois au cours d'une nuit et notez comment ces détails se déplacent ;
- mesurez le temps qu'il faut pour qu'un nuage à la surface de Jupiter traverse le disque.

2. Mesurez la vitesse à l'équateur :

- enregistrez le spectre de Jupiter proche de l'équateur sur le bord est et sur le bord ouest ;
- comparez la position des raies entre les deux mesures ;
- appliquez le principe de l'effet Doppler pour obtenir la vitesse à l'équateur.

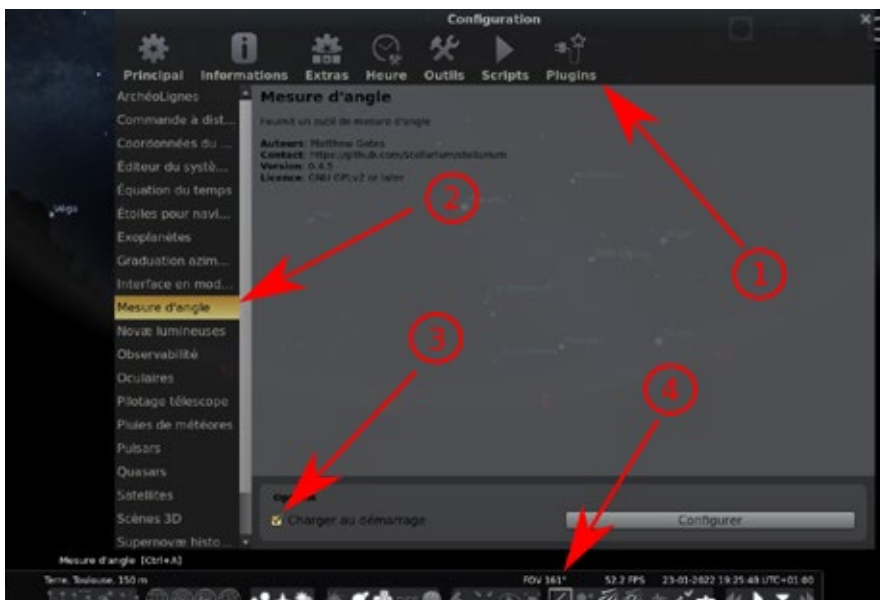
3. Obtenez la distance de Jupiter :

- le rayon de Jupiter est alors égal au rapport entre la vitesse en km/s et la vitesse angulaire en rad/s ;
- comparez le diamètre angulaire de Jupiter à son diamètre.

Vous pouvez ensuite utiliser la valeur obtenue pour en déduire le rayon de l'orbite de Io.

## Conclusion

J'espère vous avoir donné un aperçu d'une expérience simple à mener avec un télescope et du matériel facile d'accès.





# DÉTERMINER LA MASSE DU TROU NOIR SUPERMASSIF SGR A\* AVEC LA 3<sup>e</sup> LOI DE KEPLER

Frédéric Pitout et Natalie Webb,  
Observatoire Midi-Pyrénées / Université Toulouse 3 – Paul Sabatier,  
Institut de recherche en astrophysique et planétologie.

*Tout indique qu'au centre de notre Galaxie, quelque part dans la constellation du Sagittaire, se trouve un trou noir supermassif nommé Sagittaire A\* (Sgr A\*). Dans cette activité, nous proposons d'utiliser le mouvement de S2, une étoile en orbite autour de ce « monstre » invisible, pour évaluer la masse du trou noir.*

Au milieu des années 1990, des astronomes ont eu la surprise de découvrir que dans la direction du centre galactique, dans la constellation du Sagittaire, des étoiles semblaient être en mouvement alors que rien dans les environs n'était visible<sup>1</sup>. Avec le temps, le mouvement de ces étoiles s'est précisé : il s'agissait bien d'un mouvement de révolution mais autour de... rien ! Ce « rien » fut un temps appelé matière sombre mais la masse, responsable de ces mouvements d'étoiles, semblait suffisamment localisée pour qu'il s'agisse d'une masse colossale, celle d'un trou noir supermassif nommé Sgr A\*. Cette découverte a valu la moitié du prix Nobel de physique 2020<sup>2</sup> à Reinhard Genzel et Andrea Ghez (l'autre moitié est revenue à Roger Penrose pour des travaux plus théoriques sur les trous noirs).

## Mouvement de l'étoile S2

Ces 20 dernières années, les positions des étoiles gravitant autour de Sgr A\* ont été plus ou moins régulièrement relevées par différents instruments. En particulier, l'étoile S2 est intéressante car sa période est suffisamment courte pour être suivie. Les scientifiques ont directement accès à deux informations concernant son mouvement : sa position astrométrique dans le « plan » du ciel (en ascension droite et déclinaison) et sa vitesse radiale (en km/s) déduite du décalage spectral par effet Doppler-Fizeau (par ex. Cahiers Clairaut n° 161) de certaines raies d'absorption, dont on connaît la longueur d'onde au repos ( $\lambda_0$ ).

La première ne pose pas de problème particulier, il « suffit » de relever la position de l'étoile S2 régulièrement et, pour être plus précis, ôter les effets relativistes dus au trou noir (la courbure de la lumière induit une différence entre position relevée et position réelle).

Pour ce qui est de la vitesse radiale de S2, une raie d'absorption utilisée pour l'évaluer est la 3<sup>e</sup> raie de

Brackett de l'hydrogène (Br $\gamma$ ) à  $\lambda_0 = 2,166\ 12\ \mu\text{m}$ . Elle présente l'avantage d'être dans le domaine infrarouge, donc observable malgré l'opacité (dans le visible) de la région du centre galactique. À titre d'exemple, nous utiliserons ici de telles observations menées avec le télescope Subaru et un spectrographe infrarouge par une équipe menée par Shogo Nishiyama (2018). Les auteurs ont procédé à 3 séries de mesures en mai 2014, août 2015 et mai 2016. La figure 1 montre leurs mesures.

Les courbes rouges sont des ajustements de la raie d'absorption Br $\gamma$ .

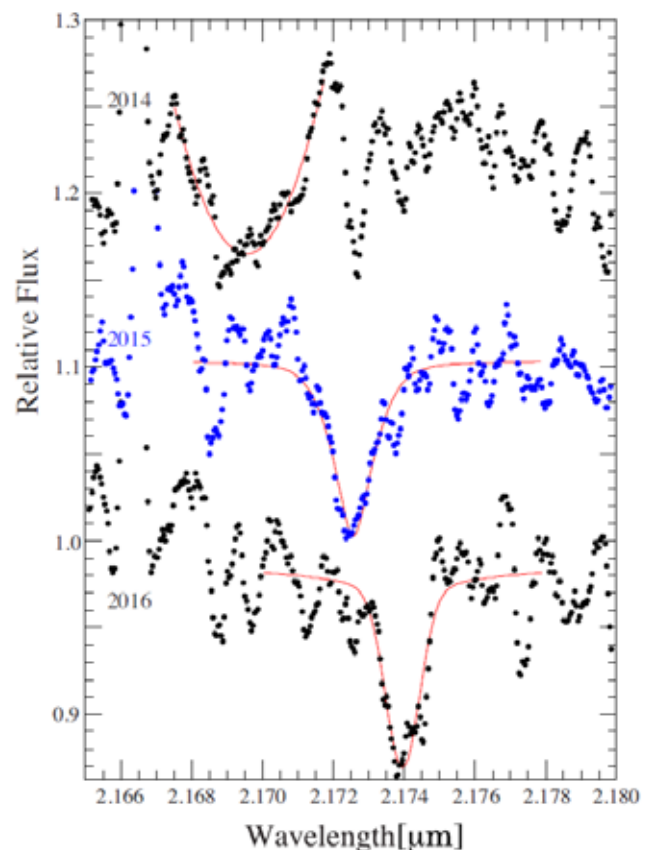


Fig.1. Portions des spectres (mesurés en 2014, 2015 et 2016, et moyennés) mettant en évidence la raie d'absorption Br $\gamma$ . Un ajustement analytique est indiqué en rouge (Nishiyama et al., 2018).

1 [https://www.youtube.com/watch?v=k7xl\\_zjz0o8](https://www.youtube.com/watch?v=k7xl_zjz0o8)  
2 [www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/press-release/](https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/press-release/)

À partir de la figure 1, on peut mesurer les longueurs d'ondes ( $\lambda$ ) correspondant aux minima des raies et déduire les vitesses radiales ( $v_r$ ) correspondantes :

$$v_r = c \left( \frac{\lambda_{S2,obs}}{\lambda_0} - 1 \right)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $3 \times 10^8$  m/s. Il ne faut pas oublier que les vitesses que l'on va obtenir incluront des composantes indésirables qui ont des causes autres que le mouvement propre de l'étoile observée, comme le mouvement de rotation de la Terre, de révolution de la Terre autour du Soleil et de révolution du Soleil autour du centre galactique. Il faut donc prendre en compte ces mouvements dans un repère idéal de repos nommé étalon de repos local ou *Standard Local of Rest* (SLR) en anglais. La vitesse de ce référentiel par rapport à l'observateur – appelons-la  $v_{SLR}$  – peut être calculée en ligne (par exemple : <https://www.gb.nrao.edu/cgi-bin/radvelcalc.py>).

La vitesse radiale corrigée de l'étoile S2 aura alors pour expression :  $v_r^{COR} = v_r - v_{SLR}$

Les longueurs d'ondes mesurées et vitesses radiales correspondantes sont reportées dans le tableau 1.

Date et heure (UTC)	$\lambda_{S2,obs}$ ( $\mu\text{m}$ )	$v_r$ (km/s)	$v_{SLR}$ (km/s)	$v_r^{COR}$ (km/s)
19 mai 2014, 10:59:48	2,1696	482	-24	506
21 août 2015, 06:36:40	2,1725	884	16	868
19 mai 2016, 13:06:57	2,1739	1078	-25	1103

Tableau.1. Tableau récapitulatif des mesures de longueurs d'onde et vitesses radiales.

En répétant l'exercice plusieurs fois, comme l'ont fait les astronomes ces 30 dernières années, on obtient les positions et vitesses radiales que montre la figure 2. On y trouve dans le panneau de gauche, la position de l'étoile S2 dans le ciel en fonction de son ascension droite et de sa déclinaison.

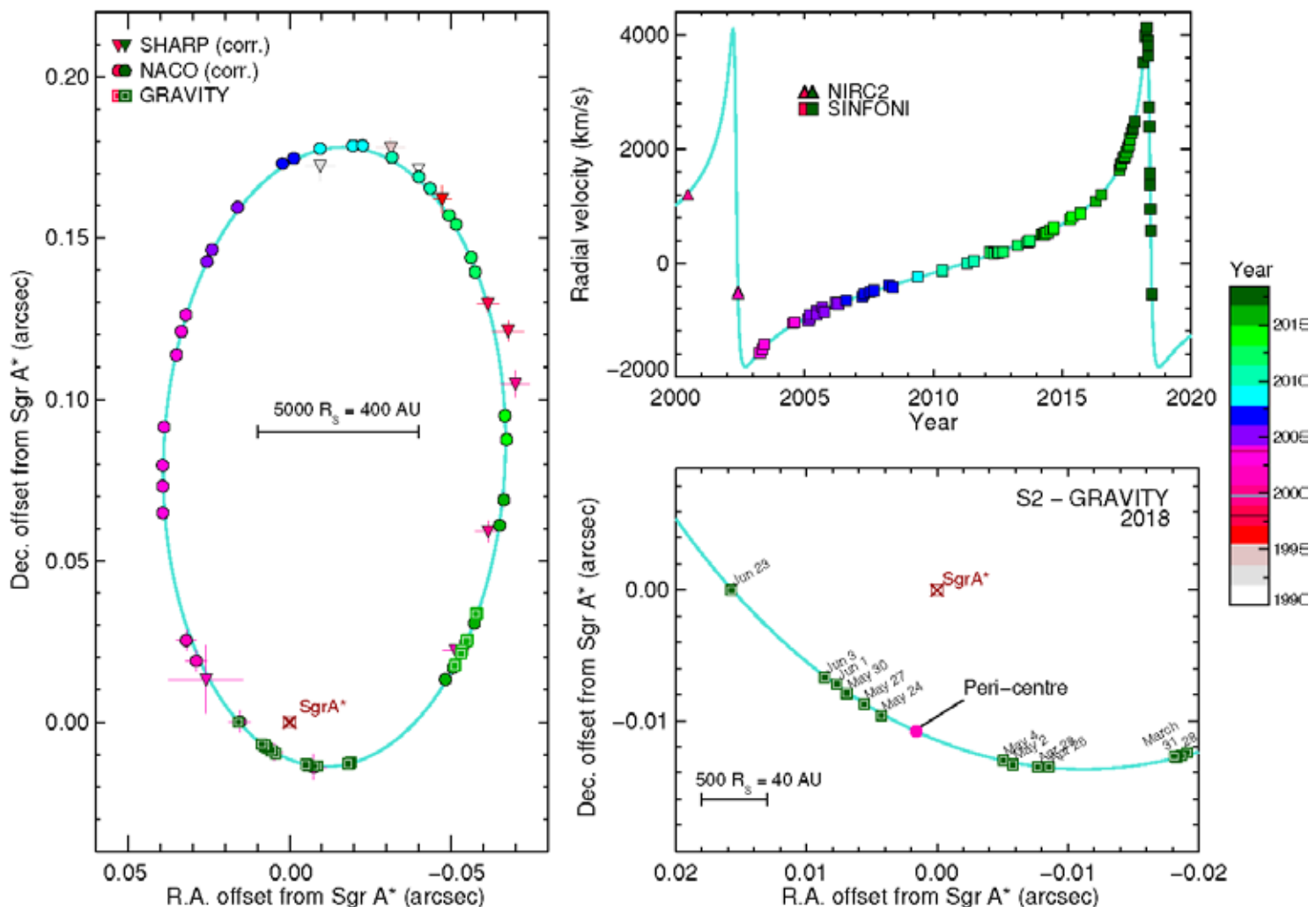


Fig.2. Combinaison de différentes mesures au cours du temps de la position et de la vitesse radiale de l'étoile S2. Les positions astrométriques en seconde d'arc sont données relativement à la position du trou noir Sgr A\*. (Abuter et al., 2018).



Avec les dates de chaque mesure on peut se faire une idée de la période de révolution, de la vitesse de l'étoile ainsi que de la position du périastre, et donc de la position approximative de Sgr A\*. Mais attention : cette figure est en fait la projection de l'orbite réelle sur le plan du ciel. Pour s'en convaincre, il suffit de regarder la vitesse radiale de l'étoile, c'est-à-dire la composante qui nous indique si l'étoile s'approche ou s'éloigne de nous.

Le panneau en haut à droite de la figure 2 montre la vitesse radiale mesurée. On voit que les mesures colorées en mauve et violet sur la partie gauche de l'ellipse correspondent à des vitesses négatives, donc l'étoile s'approche de nous. En revanche, la partie droite de l'ellipse comporte des mesures en vert, correspondant à des vitesses radiales positives, donc l'étoile s'éloigne de nous.

## Détermination des paramètres d'orbite de l'étoile S2

La période de révolution de l'étoile S2 s'obtient assez facilement à partir de la figure 2 : par exemple, nous constatons que la vitesse radiale (panneau en haut à droite) passe par deux maxima en 2002 et 2018. La période de révolution  $T$  de S2 est donc d'environ 16 ans. Évidemment, nous faisons ici une hypothèse importante : que l'orbite est bien képlérienne et que ces deux maxima correspondent au même point de l'orbite de l'étoile. Nous verrons que rigoureusement ce n'est pas le cas mais que c'est une bonne approximation pour notre exercice.

Déterminer le demi-grand axe de l'ellipse décrite par S2 est moins simple pour deux raisons essentiellement. D'abord, nous l'avons évoqué, l'ellipse que semble décrire l'étoile dans le ciel est une projection de l'ellipse réelle. Nous devrions donc reconstruire l'orbite réellement décrite par l'étoile. C'est possible<sup>3</sup> mais nous ne ferons pas ici. Nous nous contenterons de raisonner sur l'ellipse apparente, étant entendu que nous sous-estimerons le demi-grand axe vrai et, la période de révolution de S2 étant connue, nous obtiendrons in fine une limite basse de la masse du trou noir. Par ailleurs, pour convertir tout écart angulaire (ce que l'on mesure) en termes de longueur, il nous faut la distance entre le centre galactique et nous les observateurs. Cette distance est notée traditionnellement  $R_0$ .

En pratique, les chercheurs posent toutes les équations dont ils disposent, contenant toutes les inconnues (demi-grand axe, excentricité, inclinaison, masse, distance, etc.) et résolvent le système pour obtenir toutes les valeurs. Ici, pour éviter les difficultés et par souci de gain de temps, nous allons supposer connu  $R_0$  ( $R_0 = 8,13$  kpc, voir Abuter et al., 2018).

Sur la figure 2 (à gauche), nous mesurons le grand axe à  $0,195$  seconde d'arc. Cet écart angulaire, à la distance de  $8,13$  kpc, correspond à un demi-grand axe  $a = 1,19 \times 10^{14}$  m.

$$\begin{aligned} \text{Si } \alpha_r \text{ est l'angle en radian, } a &= d \times \alpha_r \\ d = 8,13 \text{ kpc} &= 8\,130 \times 3,086 \times 10^{16} \text{ m} = 2,51 \times 10^{20} \text{ m} \\ a = 0,195/2/3\,600 \times \pi/180 \times 2,51 \times 10^{20} \text{ m} &= 1,19 \times 10^{14} \text{ m} \end{aligned}$$

## Détermination de la masse du trou noir Sgr A\*

Maintenant que nous avons estimé la période de révolution  $T$  et le demi-grand axe  $a$ , nous pouvons appliquer la 3<sup>e</sup> loi de Kepler pour obtenir la masse du trou noir  $M_{\bullet}$ .

$$M_{\bullet} = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$$

Avec  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  la constante gravitationnelle.

Nous obtenons une masse  $M_{\bullet}$  de  $3,87 \times 10^{37}$  kg, soit  $1,97 \times 10^6$  masses solaires.

$$\begin{aligned} T &= 16 \times 365,25 \times 24 \times 3600 \text{ s} = 5,05 \times 10^8 \text{ s} \\ M_{\bullet} &= 4\pi^2 \times (1,19 \times 10^{14})^3 / (6,67 \times 10^{-11} \times (5,05 \times 10^8)^2) \\ &= 3,87 \times 10^{36} \text{ kg} \\ \text{Masse du Soleil : } M_{\odot} &= 1,99 \times 10^{30} \text{ kg d'où} \\ M_{\bullet} &= 1,97 \times 10^6 M_{\odot} \end{aligned}$$

Notons que les mesures les plus récentes donnent un demi-grand axe de  $0,125$  seconde d'arc et une masse de  $4,10 \times 10^6$  masses solaires (Abuter et al., 2018).

<sup>3</sup> Il existe une méthode géométrique pour retrouver le grand axe, décrite par Lucienne Gouguenheim dans son ouvrage Méthodes de l'astrophysique page 240. Vous la trouverez page 25.

## Épilogue sur les effets relativistes : précession de Schwarzschild et décalage vers le rouge

Tout comme Mercure autour du Soleil, l'orbite de S2 subit un effet de précession de sorte que le grand axe de son orbite change d'orientation dans le plan orbitale avec le temps et par conséquent, l'orbite n'est pas fermée (figure 3).

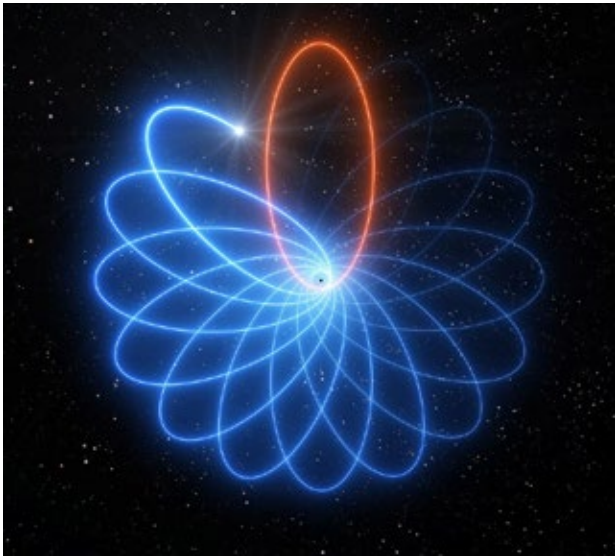


Fig.3. Vue d'artiste de la précession de Schwarzschild contribuant à une orbite ouverte (en bleu) comparée à une orbite purement képlérienne fermée (en rouge). (Avec l'aimable autorisation de l'ESO)

Une partie de cette précession est prévue par la mécanique classique, l'autre contribution est expliquée par la théorie de la relativité générale, c'est la précession de Schwarzschild. Les mesures menées avec l'instrument GRAVITY installé sur le Very Large Telescope (VLT) au Chili ont permis de vérifier cet effet.

Un autre effet décrit par la relativité générale est le décalage vers le rouge de la lumière de l'étoile provoqué par la masse du trou noir. Ce décalage, qui n'est pas imputable au mouvement de l'étoile, a lui aussi été mesuré : quand l'étoile S2 est au plus proche du trou noir, son spectre d'émission se décale vers le rouge.

### Références

Abuter, R. et al. (2018), Detection of the gravitational redshift in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole, *A&A*, 615, L15, <https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833718>

Causseret, P. (2018), L'effet Doppler-Fizeau, cahiers Clairaut n° 161, p. 10).

Nishiyama, S. et al. (2018), Radial velocity measurements of an orbiting star around Sgr A\*, *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 70, 4, 74, <https://doi.org/10.1093/pasj/psy067>

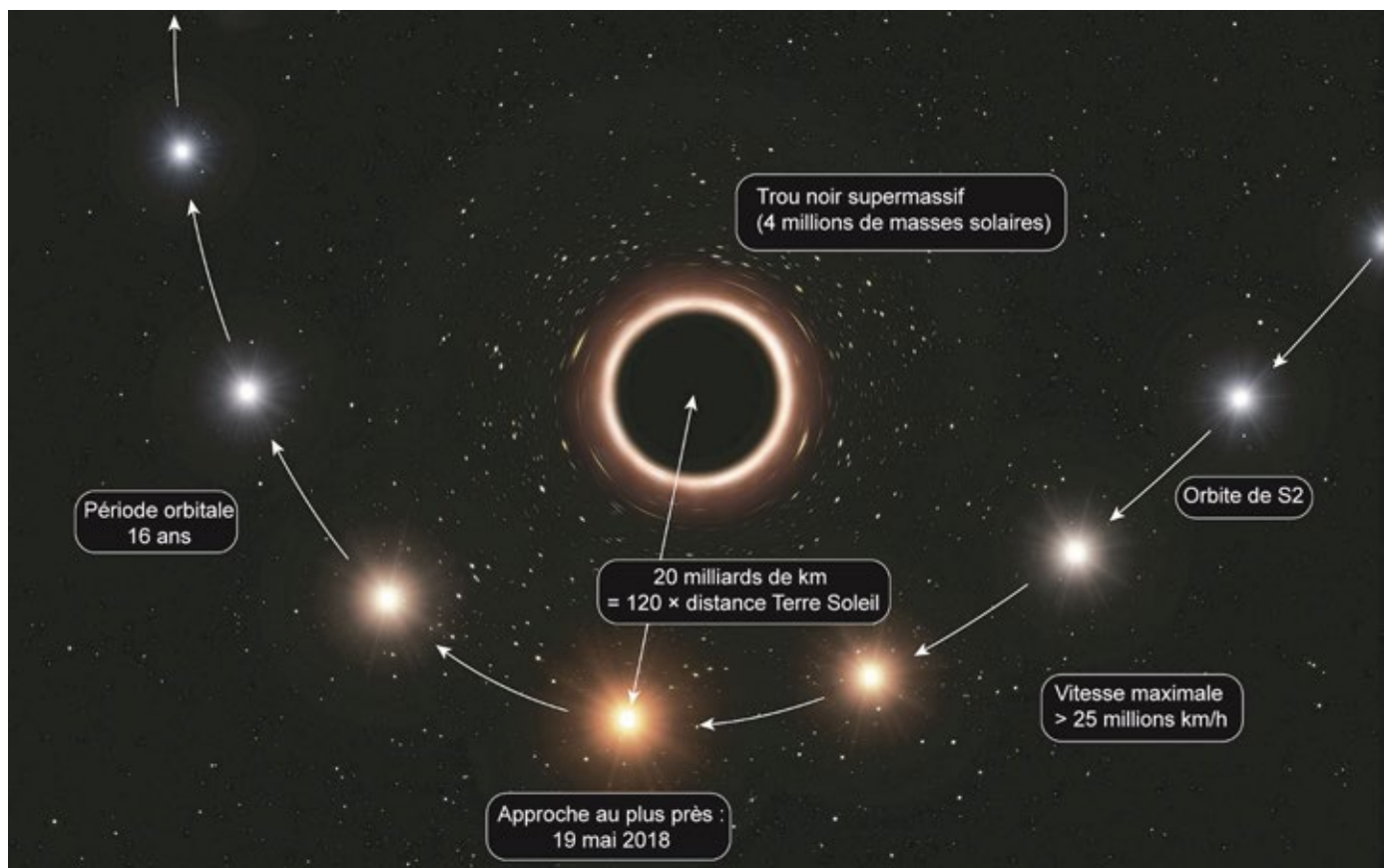


Fig.4. Cette vue d'artiste montre la trajectoire de l'étoile S2 lorsqu'elle passe très près du trou noir supermassif au centre de la Voie lactée. À mesure qu'elle se rapproche du trou noir, le champ gravitationnel très puissant entraîne un léger décalage de la couleur de l'étoile vers le rouge, un effet de la théorie de la relativité générale d'Einstein.

Dans ce graphique, l'effet de couleur et la taille des objets ont été exagérés pour plus de clarté. Crédit : ESO/M. Kornmesser.



## Reconstitution de l'orbite de l'étoile S2 autour de Sgr A\*

Cette méthode est décrite dans l'ouvrage de Lucienne Gouguenheim, *Méthodes de l'astrophysique*, p 241

Fig. 1. L'orbite observée est l'image projetée d'une ellipse (dont le foyer F est Sgr A\*) sur un plan perpendiculaire à la ligne de visée.

Fig. 2. Le centre O de l'ellipse est conservé, il est donc projeté au centre O' de l'orbite observée.

On connaît O', projeté du centre de l'ellipse et F', projeté du foyer.

On peut donc tracer le projeté du grand axe.

Les projections conservant les rapports, on peut calculer l'excentricité de l'orbite :

$$e = OF/OA = OF'/OA' = 0,89.$$

Fig. 3. Les projections conservent les milieux et les parallèles. On peut tracer le projeté du petit axe de l'orbite en prenant les milieux de « cordes » parallèles au grand axe.

Fig. 4. Une ellipse peut se tracer en « aplatisant » un cercle par une transformation appelée « affinité » : on doit avoir  $IM/IP = b/a = \sqrt{1 - e^2}$ .

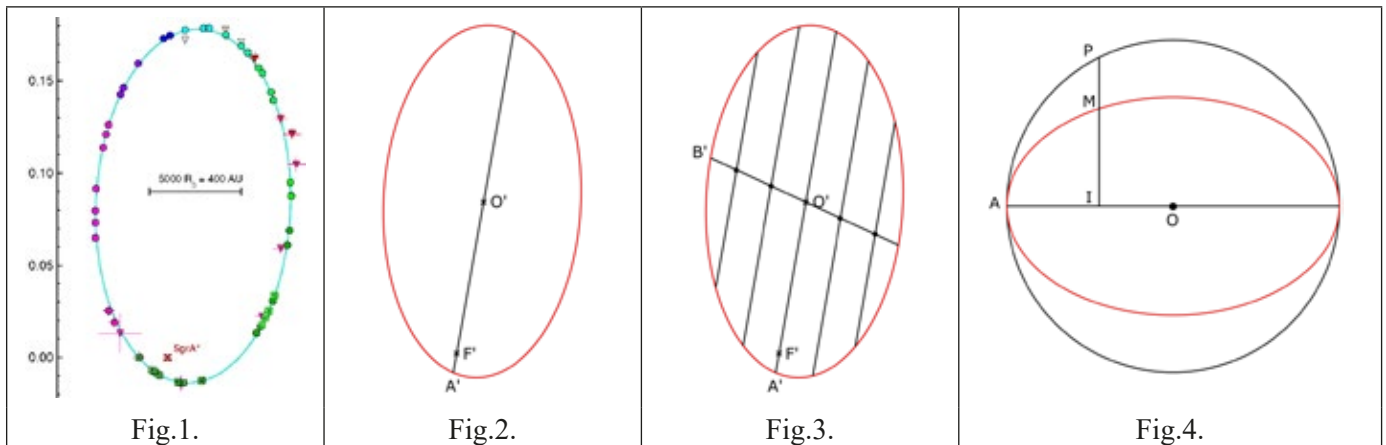


Fig. 5. Inversement, à partir d'une ellipse, on peut construire le cercle principal point par point en multipliant IM par  $1/\sqrt{1 - e^2}$ .

Avec  $e = 0,89$ , on trouve 2,2.

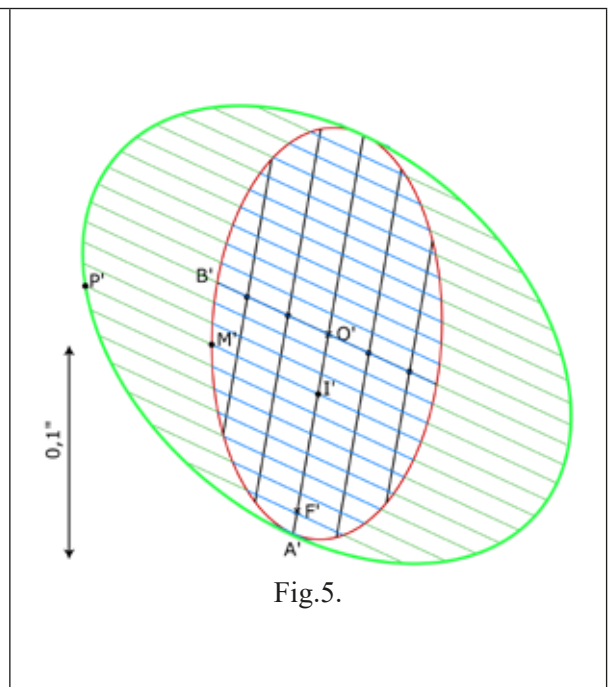
En multipliant IM' par 2,2, on obtient les points du projeté du cercle principal, tracé en vert ici.

L'ellipse verte est le projeté du cercle principal, son grand axe est donc égal au diamètre du cercle principal, lui-même égal au grand axe de l'orbite réelle. En mesurant sur la figure et avec l'échelle en déclinaison, on trouve 0,25".

Connaissant la distance 8,13 kpc, on peut calculer le demi grand axe. On obtient :  $a = 1,52 \times 10^{14}$  m.

Cette figure permet également de calculer l'inclinaison de l'orbite : comme l'ellipse verte est le projeté du cercle principal, le rapport de son petit axe sur son grand axe donne le cosinus de l'inclinaison.

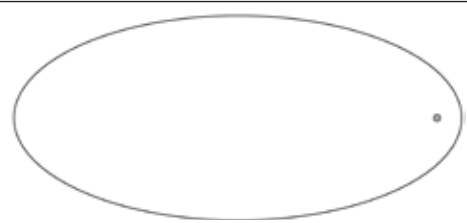
On obtient  $\cos i = 0,685$  et  $i = 46,7^\circ$  (on trouve  $133,7^\circ$  dans la littérature – une valeur supérieure à  $90^\circ$  indiquant une révolution rétrograde – ce qui correspond à  $46,3^\circ$ , très proche du résultat trouvé ici).



Il ne reste plus qu'à effectuer les calculs comme dans l'article pour trouver la masse du trou noir.

On trouve  $M_\bullet = 8,16 \times 10^6$  kg soit  $4,1 \times 10^6 M_\odot$ .

Fig.6. Reconstitution de l'orbite de l'étoile S2 autour de Sgr A\*. On obtient une ellipse d'excentricité 0,89 et de demi grand axe  $1,52 \times 10^{14}$  m.



Pierre Causeret

# INTRODUCTION À L'ÉQUATION DE KEPLER

Daniel Descout, Deuil-la-Barre

*Comment savoir où se trouve une planète sur son orbite à un instant donné ? Le problème n'est pas simple, il faut pour cela résoudre une équation établie par Kepler pour les orbites elliptiques. Après avoir présenté cette équation à partir de la longueur des saisons, quelques méthodes de résolution sont proposées.*

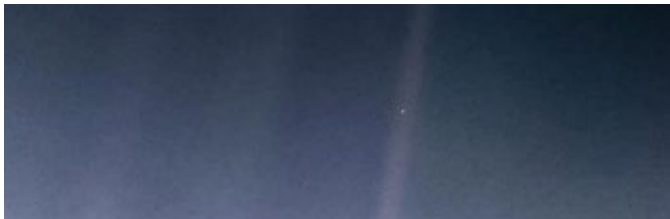


Fig.1.

Photographiée en 1990 par la sonde Voyager-I située au-delà de l'orbite de Neptune, la Terre apparaît, selon le mot de Carl Sagan, comme « un grain de poussière suspendu dans un rayon de soleil » (figure 1). Habitants de ce « point bleu pâle », nous essayons, depuis des générations, de comprendre les détails de la course apparente du Soleil devant les autres étoiles.

Johannes Kepler, au début du XVII<sup>e</sup> siècle, a fait un pas de géant en proposant ses trois lois, qui précisent le mouvement des planètes dans un modèle héliocentrique. C'est le dossier de ce numéro des Cahiers Clairaut. Il a aussi proposé une équation éponyme qui permet de répondre à deux problématiques. D'une part, *connaissant l'orbite d'une planète autour du Soleil, et la position de la planète à une date donnée, en déduire sa position à une date quelconque. D'autre part, avec les mêmes prémisses, et réciproquement, en déduire la date du passage de la planète à une position quelconque de son orbite.*

Après une introduction de l'équation de Kepler à partir de la comparaison des durées des saisons terrestres, nous aborderons quelques méthodes de résolution de cette équation. Les applications astronomiques de l'équation de Kepler feront l'objet d'un article distinct dans un prochain numéro.

## De l'inégalité des durées des saisons astronomiques

La détermination des saisons est le résultat des observations astronomiques de la position du Soleil sur la voûte céleste vue depuis la Terre. La course du centre du Soleil définit l'écliptique. Les intersections de l'écliptique avec l'équateur céleste définissent les deux équinoxes. Les deux solstices correspondent aux instants de l'année

pour lesquels la déclinaison du Soleil est stationnaire.

Ces définitions étant données, il suffit de connaître la longitude écliptique du Soleil pour déterminer les quatre événements fixant le début de chaque saison astronomique : longitudes zéro et 180 degrés (ou  $\pi$  radians) pour les équinoxes de printemps et d'automne, 90 degrés (ou  $\pi/2$  radian) et 270 degrés (ou  $3\pi/2$  radians) pour les solstices d'été et d'hiver. Ensuite, le passage d'un référentiel géocentrique à un référentiel héliocentrique permet de situer ces quatre événements comme les passages à quatre positions remarquables de la Terre sur son orbite autour du Soleil (événements représentés sur la figure 2).



Fig.2.

Les durées des saisons astronomiques de l'année 2022 sont issues des données du calculateur de l'IMCCE<sup>1</sup> (notation décimale en jours, notés j) :

Hiver 2022 (entre  $S_1$  et  $E_1$ ) : 88,982 j (durée notée  $T_h$  ensuite) ;

Printemps 2022 (entre  $E_1$  et  $S_2$ ) : 92,736 j (durée notée  $T_p$  ensuite) ;

Été 2022 (entre  $S_2$  et  $E_2$ ) : 93,660 j (durée notée  $T_e$  ensuite) ;

Automne 2022 (entre  $E_2$  et  $S_1$ ) : 89,864 j (durée notée  $T_a$  ensuite).

1 <https://promenade.imcce.fr/fr/pages4/439.html>

L'arrondi au millième de jour correspond à une approximation de l'ordre de la minute.

Les durées des saisons sont inégales, variant de 89 jours pour la plus courte (l'hiver) à plus de 93 jours pour la plus longue, l'été. Ces différences sont dues à la variabilité de la vitesse orbitale de la Terre autour du Soleil, associée à la variabilité de la distance Terre - Soleil (modélisée par Johannes Kepler, et exprimée dans ses deux premières lois ; 1609, *Astronomia nova*).

## La durée des saisons et les lois de Kepler

Première loi : les planètes du Système solaire ont des orbites planes elliptiques dont le Soleil occupe un foyer.

Deuxième loi : le mouvement d'une planète sur son orbite se fait à vitesse aréolaire constante<sup>2</sup>.

La figure 3 illustre les deux premières lois de Kepler. Le plan orbital (écliptique) est un plan considéré comme fixe par rapport aux étoiles extérieures au Système solaire. La constance de la vitesse aréolaire de la Terre peut être traduite par l'égalité des rapports

$$A_1 / (t'_1 - t_1) = A_2 / (t'_2 - t_2) = A / T$$

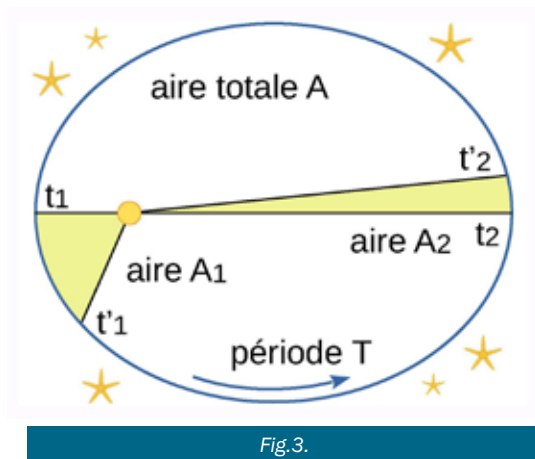


Fig.3.

Pour simplifier, nous admettrons l'égalité de la période orbitale  $T$  et de l'année tropique  $T_{tr}$  sous le même vocable « année » et dont la valeur approchée est celle de l'année julienne de 365,25 jours.

L'application de la loi des aires à la figure 2 permet d'affirmer, en appelant  $S$  le centre du Soleil, foyer de l'ellipse orbite de la Terre, que les durées des saisons sont proportionnelles aux aires des secteurs d'ellipse :  $A(S_1SE_1)/T_h = A(E_1SS_2)/T_p = A(S_2SE_2)/T_e = A(E_2SS_1)/T_a = A(\text{ellipse})/T_{tr}$ .

En vue de l'introduction de l'équation de Kepler (ci-après), il est commode de simplifier l'analyse en recherchant une configuration de symétrie, dans laquelle la ligne des solstices est confondue avec l'axe des apsides.

Or, la « ligne des équinoxes » ( $E_1SE_2$ ) effectuée, par rapport aux étoiles lointaines, une très lente rotation dans le plan de l'écliptique, dans le sens rétrograde : c'est le phénomène de précession des équinoxes. La « ligne des solstices » ( $S_1SS_2$ ), perpendiculaire à la ligne des équinoxes, est animée du même mouvement de précession, à raison de 50,29 secondes d'arc par an, soit environ 1,40 degré par siècle.

En nous décalant vers le passé de quelques siècles, nous trouvons la configuration recherchée pour les années particulières situées vers le milieu du XIII<sup>e</sup> siècle de notre ère (figure 4). Nous choisissons d'appliquer la loi des aires pour l'année 1238 (calendrier julien).

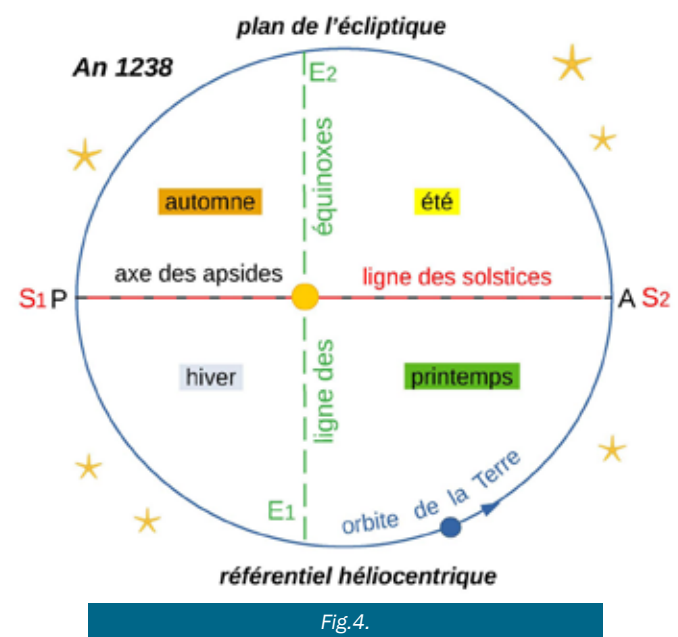


Fig.4.

Par raison de symétrie, les aires  $A(S_1SE_2)$  et  $A(S_1SE_1)$  sont égales ; donc, en théorie, les durées de l'automne et de l'hiver sont égales.

De même, les durées de l'été et du printemps sont égales en théorie car  $A(S_2SE_2) = A(S_2SE_1)$ .

La consultation des éphémérides permet de vérifier ces égalités :

$T_h = 89,333 \text{ j}$  ;  $T_p = 93,291 \text{ j}$  ;  $T_e = 93,285 \text{ j}$  et  $T_a = 89,329 \text{ j}$ .  
Soit :  $T_p - T_e = 0,006 \text{ j}$  ;  $T_h - T_a = 0,004 \text{ j}$  (écarts de quelques minutes).

Entre les deux solstices d'hiver consécutifs, l'intervalle est de 365 jours 5 heures 43 minutes.

### Encadré 1

#### Notations et propriétés de l'ellipse (figure 5)

Le grand axe de symétrie est  $[GG']$ , de longueur  $2a$ .  
Le petit axe de symétrie est  $[BB']$  de longueur  $2b$ .  
Les foyers  $F$  et  $F'$  sont sur  $[GG']$  et équidistants du centre  $O$  de l'ellipse. On note  $2c$  ( $= FF'$ ) la distance focale.  
Par définition, l'excentricité  $e$  de l'ellipse est le rapport  $c/a$ . L'excentricité  $e$  est comprise entre zéro (inclus ; cas du cercle) et 1 (exclu ; cas de la parabole).

<sup>2</sup> Vitesse aréolaire : vitesse de balayage d'une aire par un rayon (wiktionnaire).



Pour tout point P sur l'ellipse :  $PF + PF' = 2a$ .  
 Si P est en B,  $BF + BF' = 2a$  et par symétrie,  $BF = a$ .  
 On peut établir plusieurs relations entre a, b, c et e :  
 $a^2 = b^2 + c^2$  ;  $b^2 = a^2(1 - e^2)$  ou  $b = a \cdot \sqrt{1 - e^2}$ .

La perpendiculaire au grand axe passant par F coupe l'ellipse en deux points H et H'. La longueur FH est le paramètre de l'ellipse, noté p.

Dans le triangle HFF' :  $p^2 + (2c)^2 = HF'^2$  ;  
 or  $HF' = 2a - p$  ; donc :  $p = a(1 - e^2)$ , et  $p = b^2/a$ .

L'équation polaire de l'ellipse, avec FP notée r et l'angle (FX, FP) noté s est :  $r = p/(1 + e \cos s)$

On passe d'une ellipse à un cercle par une transformation appelée affinité : x est inchangé et y est multiplié par a/b. Ainsi le point P est transformé en K avec  $NK = NP \times a/b$ . Si x est inchangé et y est multiplié par a/b, les aires seront également multipliées par a/b.

Inversement, on passe du cercle à l'ellipse par une affinité de rapport b/a. Les aires étant aussi multipliées par b/a, l'aire du disque  $\pi a^2$  devient  $\pi ab$ .

**L'aire A de la portion de plan intérieure à l'ellipse est le produit  $\pi ab$ .**

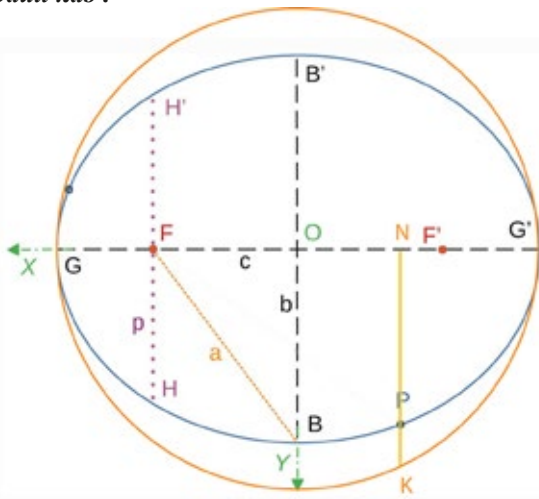


Fig.5.

## Introduction de l'anomalie excentrique (E) d'un point sur une ellipse

La superposition des figures 4 et 5 place le Soleil en F, les équinoxes  $E_1$  et  $E_2$  aux points H et H' de l'ellipse, G est le périhélie et G' est l'aphélie de l'orbite.

La durée (notée  $T_{a+h}$ ) qui s'écoule de l'équinoxe d'automne à l'équinoxe de printemps suivant ; elle est la somme des durées de l'automne et de l'hiver :  $T_{a+h} = T_a + T_h$ .

De la loi des aires, il découle :

$$A(\text{GHFH}'G)/T_{a+h} = A(\text{ellipse})/T ; \text{ ou }$$

$$A(\text{GHFH}'G)/A(\text{ellipse}) = T_{a+h}/T.$$

Ce rapport, noté R(e) ensuite, est une fonction de l'excentricité e de l'ellipse, considérée comme une variable. Si  $e = 0$ , le foyer F est confondu avec O, l'ellipse est un cercle, les saisons ont la même durée, et  $R = 1/2$ . Si e est proche de l'unité (cas des comètes), le foyer F est proche de G, et R est proche de zéro.

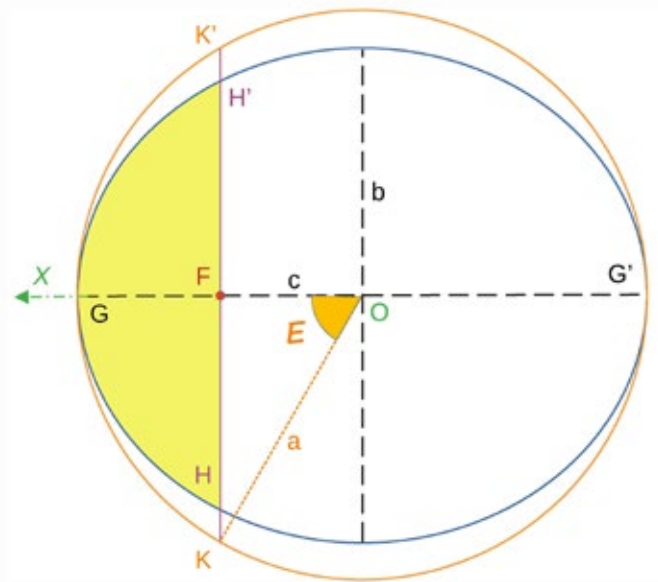


Fig.6.

## Établissement de la relation R(e) (figure 6) :

L'aire  $A(\text{GHFH}'G)$  est celle de la zone en jaune.

Par l'affinité de rapport a/b, (encadré 1) le segment [HH'] est prolongé et devient la corde [KK'] du cercle. Et  $A(\text{GKFK}'G)/A(\text{GHFH}'G) = a/b$ .

Il est possible d'exprimer simplement l'aire de la portion de disque comprise entre l'arc KGK' et la corde KFK' en fonction de l'angle au centre GOK, noté E. Cet angle (repère orange) est l'anomalie excentrique associée au point H de l'ellipse. Dans l'intervalle de définition de e, E est compris entre zéro ( $e \approx 1$ ) et  $\pi/2$  radian ( $e = 0$ ).

La longueur de la corde [KK'] est égale à  $2 \cdot p \cdot a/b$ , soit  $2b$  (car  $p = FH = b^2/a$ , d'après l'encadré 1)

De manière évidente :  $A(\text{GKFK}'G)$

$$= A(\text{secteur circulaire OKK}') - A(\text{triangle OKK}').$$

Or  $A(\text{secteur circulaire OKK}') = (E/\pi) \cdot A(\text{disque})$  soit  $Ea^2$  avec E en radians ;

$$\text{et } A(\text{triangle OKK}') = b \cdot c ;$$

$$\text{On trouve donc : } A(\text{GKFK}'G) = E \cdot a^2 - b \cdot c$$

$$\text{Or } b = FK = a \cdot \sin E, \text{ et } c = OF = a \cdot e ;$$

$$\text{donc } A(\text{GKFK}'G) = a^2 \cdot (E - e \cdot \sin E) .$$

Comme  $A(\text{GHFH}'G) = (b/a) \cdot A(\text{GKFK}'G)$  et avec  $A(\text{ellipse}) = \pi \cdot a \cdot b$ , on trouve finalement :

$$R(e) = (1/\pi) \cdot (E - e \sin E) \quad (1).$$

Par définition :  $R(e) = T_{a+h}/T$ .

$$\text{Par symétrie (figure 4) : } T_h = T_a = T_{a+h}/2.$$

$$\text{Donc : } E - e \sin E = 2\pi \cdot T_h/T \quad (\text{en radians}).$$

Cette relation, entre la durée  $T_h$  d'une saison terrestre (hiver) et l'anomalie excentrique E du point équinoxial  $E_1$  (de l'an 1238), peut être généralisée. C'est l'objet du paragraphe suivant.

On peut vérifier la formule (1) avec la valeur de e actuelle :  $e = 0,016710$  (donnée J 2000) ;  $\cos E = c/a = e$  d'où  $E \approx 1,5541$  (rad) et  $R(e) \approx 0,4894$

Par ailleurs, le rapport  $T_{a+h}/T$ , calculé numériquement avec les durées des saisons de 1238, donne :  $R(e) = 0,489\ 2$ .

La comparaison des deux rapports suppose que l'excentricité  $e$  soit constante sur plusieurs siècles. On l'admettra<sup>3</sup>. La différence relative entre ces deux rapports est inférieure à  $5 \cdot 10^{-4}$ .

## L'équation de Kepler

Après avoir introduit précédemment l'anomalie excentrique  $E$  d'un point  $H$  dans un cas particulier, nous étudions ici le cas général. La Terre est en un point  $P$  quelconque de son orbite elliptique (en bleu sur la figure 7).  $P$  est repéré par l'angle polaire  $s(t)$  (angle  $(FX, FP)$ ), et  $r(t)$  ( $= FP$ ), fonctions du temps.

L'angle  $s(t)$  est aussi nommé **anomalie vraie de la planète  $P$** .

Soit  $K$  l'intersection du prolongement de  $[NP]$  au-delà de  $P$  avec le cercle de centre  $O$  et de rayon  $a$ .

L'anomalie excentrique  $E(t)$  est définie comme dans le paragraphe précédent. C'est l'angle au centre  $GOK$ , fonction du temps liée à  $s(t)$ .

La symétrie invite à se limiter à une demi-orbite, par exemple du passage par le périhélie  $G$  (avec  $s(0) = 0$ ) jusqu'au passage par l'aphélie  $G'$  (avec  $s(T/2) = \pi$  (rad)). La vitesse aréolaire vaut  $\pi \cdot a \cdot b/T$ .

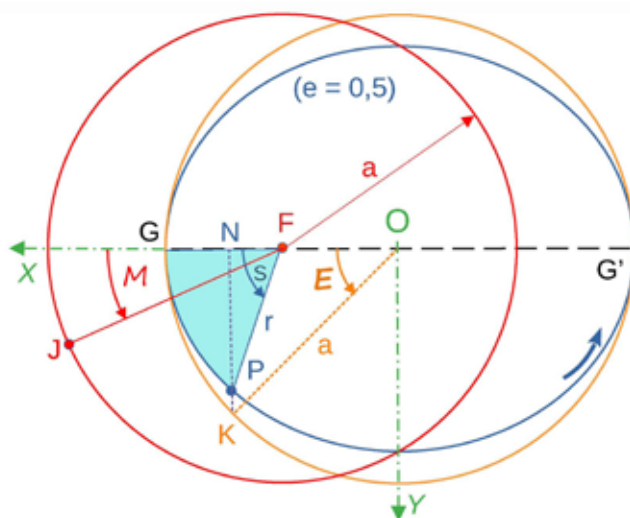


Fig.7.

Comme préalable, on introduit un marqueur graphique de l'écoulement du temps. Pour cela, on ajoute à la figure 6 le cercle (rouge) de centre  $F$  (position du Soleil) et de rayon  $a$ , sur lequel se déplace un astre fictif ( $J$ ) avec une vitesse angulaire constante. La période du mobile  $J$  est égale à  $T$ , la même que celle de la planète  $P$ . Son mouvement est synchronisé avec le mouvement de la planète  $P$  (passages sur l'axe  $OX$  aux instants  $t = 0$ ,  $t = T/2$ ,  $t = T$ , etc.). La vitesse aréolaire de l'astre  $J$  est constante et vaut  $\pi \cdot a^2/T$ .

$J$  est repéré par l'angle au centre  $(FX, FJ)$ , noté  $M$ , et nommé **anomalie moyenne de la planète  $P$** .

$$M(t) = 2\pi \cdot t/T$$

L'équation de Kepler est la relation suivante entre les anomalies  $E$  et  $M$  (en radians) :

$$E - e \cdot \sin E = M \text{ (démonstration encadré 2).}$$

Encadré 2 (figure 7)

### Démonstration de l'équation de Kepler

On exprime d'abord d'une première manière l'aire du secteur elliptique  $FGP$  (colorié en cyan), notée  $A(t)$ . D'après la loi des aires :  $A(t) = \pi \cdot a \cdot b \cdot t/T$ .

On exprime ensuite d'une seconde manière l'aire du même secteur elliptique  $FGP$ , en fonction d'aires de triangles et de secteurs circulaires.

Le rapport d'affinité est  $b/a$ , donc :

$$A(t) = (b/a) \cdot A(FGK) = (b/a) \cdot [A(OGK) - A(OFK)].$$

$$A(OGK) = \pi a^2 \cdot E / 2\pi = E \cdot a^2 / 2.$$

$$A(OFK) = OF \times NK / 2 = c \times (a \cdot \sin E) / 2 = e \cdot a^2 \cdot (\sin E) / 2.$$

$$\text{Donc : } A(t) = (b/a) \cdot (a^2/2) \cdot (E - e \cdot \sin E).$$

L'égalité des deux expressions de  $A(t)$  donne l'équation de Kepler :  $E - e \cdot \sin E = 2\pi \cdot t/T = M(t)$  (c.q.f.d.).

L'équation de Kepler permet en principe de répondre aux *deux problématiques* posées au début de l'article.

Dans le premier cas (l'inconnue est la position de la planète à une date donnée), la grande difficulté vient du fait que la relation entre  $E$  et  $M(t)$  est une équation transcendante. Dans le second cas (l'inconnue est la date de passage de la planète à une position donnée), la résolution de l'équation ne présente pas de difficulté particulière.

La connaissance de  $E$  permet d'établir les valeurs de  $r(E)$  et  $s(E)$  (relations dans l'encadré 3).

Des méthodes de résolution ont été proposées au cours de l'histoire, par Kepler, Newton, Lagrange, et par Halley pour les comètes, et sont encore développées à l'époque moderne avec l'aide des calculateurs.

### Encadré 3 Calcul de $r$ et $s$

Expression de  $r(E)$

Dans le triangle  $FNK$  (figure 7) :

$$NP = r \cdot \sin s = (b/a) \cdot NK = b \cdot \sin E.$$

$$\text{Et } NF = r \cdot \cos s = ON - OF = a \cdot \cos E - a \cdot e$$

$$= a \cdot (\cos E - e).$$

$$\text{Donc : } r^2 = NF^2 + NP^2 = a^2 \cdot (\cos E - e)^2 + b^2 \cdot \sin^2 E.$$

Comme  $b^2 = a^2 \cdot (1 - e^2)$ , après simplification, on trouve

$$(r > 0) : r(E) = a \cdot (1 - e \cdot \cos E).$$

Expressions des fonctions circulaires de  $s(E)$  :

En remplaçant  $r$  par son expression  $r(E)$  dans la formule  $\cos s = (a/r) \cdot (\cos E - e)$ , on trouve :

$$\cos s = a/r \cdot (\cos E - e)$$

$$\cos s = (\cos E - e) / (1 - e \cdot \cos E) ;$$

$$\sin s = b \sin E / r = (b/a) \cdot (a/r) \cdot \sin E$$

$$\sin s = [\sqrt{1 - e^2}] \cdot \sin E / (1 - e \cdot \cos E).$$

Avec ces deux relations, et sachant que

$$\tan s = 2 \cdot t / (1 - t^2), \text{ avec } t = \tan(s/2), \text{ on montre que :}$$

$$\tan(s/2) = e \cdot \tan(E/2),$$

$$\text{avec } e = \sqrt{(1 + e)/(1 - e)}.$$

3 <https://planet-terre.ens-lyon.fr/ressource/milankovitch-2005.xml>

## Résolution de l'équation de Kepler pour les ellipses de faible excentricité ( $e \ll 1$ )

### Forme analytique approchée de $E(M)$

La fonction  $f(t) = M$  est périodique et impaire.

Il suffit de l'étudier sur  $[0, T/2]$ .

En partant de la forme  $E = M + e \cdot \sin E$ , on calcule

$$\sin E = \sin(M + e \cdot \sin E)$$

$$= \sin M \cdot \cos(e \cdot \sin E) + \cos M \cdot \sin(e \cdot \sin E).$$

Comme  $\sin E$  est compris entre 0 et 1,  $e \cdot \sin E$  est considéré comme très inférieur à 1, et l'on prend les équivalents :  $\sin x \approx x$  (en radians) et  $\cos x \approx 1$ , pour  $0 < x \ll 1$ . Alors :  $\sin E \approx \sin M + e \cdot \cos M \cdot \sin E$ .

Il s'ensuit une expression approchée de  $\sin E$  :

$$\sin E \approx (\sin M)/(1 - e \cdot \cos M).$$

De même :  $\cos E = \cos(M + e \cdot \sin E)$

$$= \cos M \cdot \cos(e \cdot \sin E) - \sin M \cdot \sin(e \cdot \sin E).$$

Une première forme approchée de  $\cos E$  est donc :

$$\cos M - e \cdot \sin M \cdot \sin E ; \text{ ou encore :}$$

$$[\cos M \cdot (1 - e \cdot \cos M) - e \cdot \sin^2 M]/(1 - e \cdot \cos M).$$

On obtient donc :

$$\cos E \approx (\cos M - e)/(1 - e \cdot \cos M)$$

Et en combinant les deux formes approchées :

$$\tan E \approx (\sin M)/(\cos M - e)$$

À partir des expressions précédentes, en multipliant numérateur et dénominateur par  $(1 + e \cdot \cos M)$ , et en négligeant les termes en  $e^2$ , on trouve d'autres équivalents, par exemple :

$$\sin E \approx (\sin M) \cdot (1 + e \cdot \cos M).$$

En remplaçant dans l'équation de Kepler  $\sin E$  par cette dernière expression approchée, on trouve finalement :

$$E \approx M + e \cdot \sin M.$$

On remarque que la différence  $E - M$  est de l'ordre de grandeur de  $e$ . Comme  $M(t)$  est connu, l'anomalie excentrique  $E(t)$  apparaît ainsi comme une fonction explicite du temps.

### Formes analytiques approchées de $r(M)$ et $s(M)$

Pour trouver une expression simplifiée de  $r$ , on peut calculer la dérivée de  $E(M)$  par rapport à  $M$  de deux manières différentes :

En dérivant l'équation de Kepler, par rapport à  $M$ , il vient :  $dE/dM - e \cdot \cos E \cdot dE/dM = 1$

$$\text{ou : } dE/dM = 1/(1 - e \cdot \cos E) = a/r$$

En dérivant  $E \approx M + e \cdot \sin M$  :  $dE/dM \approx 1 + e \cdot \cos M$

En comparant les deux expressions, il vient :

$$r(M) \approx a/(1 + e \cdot \cos M).$$

ou  $r(M) \approx a \cdot (1 - e \cdot \cos M)$ .

On peut comparer les angles  $s$  et  $M$  en calculant  $\sin(s - M)$  afin d'exprimer  $s$  en fonction de  $M$ .

En développant :

$$\sin(s - M) = \sin s \cdot \cos M - \sin M \cdot \cos s.$$

Dans les formules de  $\cos s$  et  $\sin s$  (encadré 3), on remplace

$E$  par son expression approchée en fonction de  $M$ , et on néglige tous les termes de degré supérieur à 1 en  $e$ . On trouve (après un calcul fastidieux) :  $\sin(s - M) \approx 2e \cdot \sin M$ . Et en confondant  $\sin(s - M)$  avec son argument (en radians), finalement :  $s(M) \approx M + 2e \cdot \sin M$ .

## Cas de la Terre

Dans un référentiel géocentrique, toutes les analyses précédentes restent valides, à condition de permuter les rôles de la Terre et du Soleil. La Terre est en F, le Soleil (vrai) est en P, et J est un Soleil fictif.

Si l'excentricité de l'orbite apparente du Soleil était nulle, le Soleil vrai serait constamment dans la même direction que le Soleil fictif. Comme l'excentricité de l'orbite est très faible devant l'unité, proche de  $1/60$  ( $e = 0,016\,710$  actuellement), la direction d'observation du Soleil vrai (FP) au cours de l'année ne s'écarte jamais beaucoup de la direction (FJ) qui permet de suivre le Soleil fictif (sur l'écliptique). Cet écart angulaire est la valeur de l'angle (FP, FJ) (figure 7), soit :

$$s(t) - M(t) = 2e \cdot \sin(2\pi \cdot t/T).$$

*L'écart angulaire  $s(t) - M(t)$  entre le Soleil vrai et le Soleil fictif est l'une des deux composantes de l'équation du temps* (voir Cahiers Clairaut n° 108 page 7). Il est de forme quasi sinusoïdale, avec une amplitude  $2e = 0,033\,42$  (rad) soit  $1,915^\circ$ . Cette amplitude est associée à un décalage temporel d'environ 7 min 40 s pour les passages des deux soleils au méridien local d'un observateur terrestre (figure 8 ; courbe en tirets bleus).

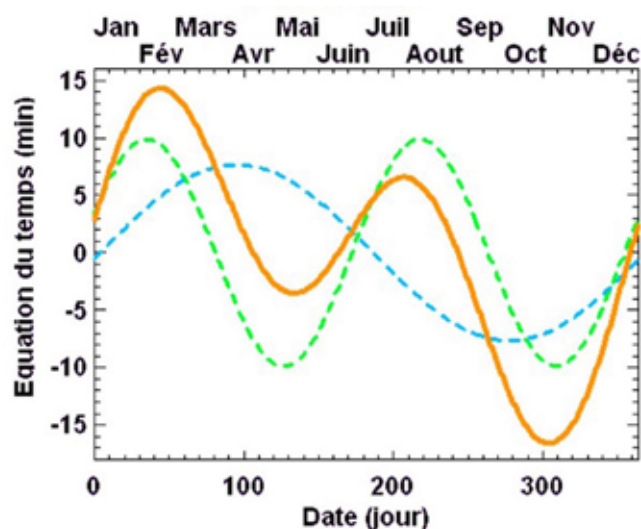


Fig.8. (crédit ASM1; [https://media4.obspm.fr/public/res-sources\\_lu/pages\\_complements-ephemerides/equation-temps\\_impression.html](https://media4.obspm.fr/public/res-sources_lu/pages_complements-ephemerides/equation-temps_impression.html))



## Résolution de l'équation de Kepler par la méthode éponyme

(voir le livre de Jean Meeus *Calculs astronomiques à l'usage des amateurs SAF* ; chapitre 20)

Méthode itérative : étude de la suite  $\{u_n\}$  telle que :  
 $u_{n+1} = M + e \cdot \sin u_n$  (termes en radians).

Si cette suite admet une limite  $L$ , celle-ci vérifie :  
 $L = M + e \cdot \sin L$  ; donc  $L = E$ .

Pour simplifier (choix arbitraires), on choisit :

$e = 0,5$  ;  $M = \pi/2$  rad ( $t = T/4$ ) et  $u_0 = 0$ .

Donc  $u_1 = M = 1,570\,796$  ;

Les termes suivants sont aussi arrondis à  $10^{-6}$  près :

$u_2 = M + e \cdot \sin M = \pi/2 + 1/2 = 2,070\,796$  ;

$u_3 = M + e \cdot \sin(u_2) = M + e \cdot \sin(M + e \cdot \sin M)$  ;

soit  $u_3 = \pi/2 + (1/2) \cdot \cos(1/2) = 2,009\,587$  ;

$u_4 = \pi/2 + (1/2) \cdot \cos[(1/2) \cdot \cos(1/2)] = 2,023\,429$  ;

et ainsi de suite :  $u_5 = 2,019\,445$  ; etc.

et pour tout  $n \geq 10$ ,  $u_n \approx 2,020\,980$ .

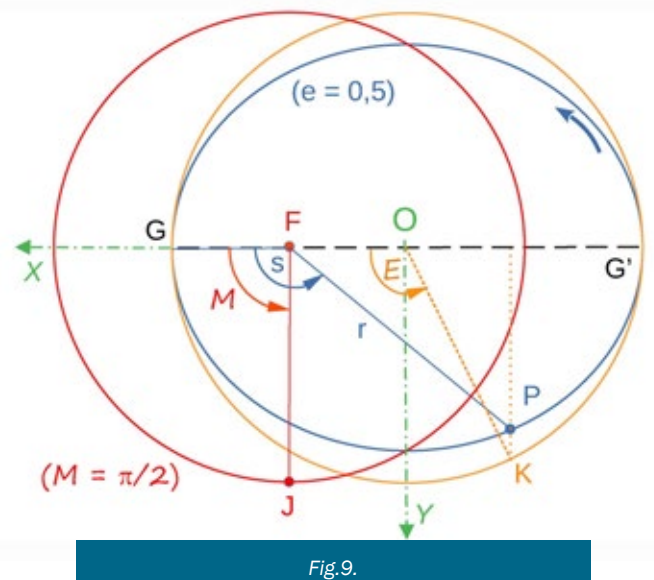
Donc :  $E = 2,020\,980$  (rad) =  $115^\circ 48'$ .

La figure 9 illustre ce cas particulier.

En utilisant les formules de l'encadré 3, on calcule  $s$  et  $r$ .

Avec la relation entre  $\tan(E/2)$  et  $\tan(s/2)$ , et pour  
 $\varepsilon = \sqrt{(1+e)/(1-e)} = \sqrt{3}$ , on obtient :  $s = 140^\circ 11'$ .

Avec  $r/a = 1 - e \cdot \cos E$ , et  $\cos E = -0,435\,131$ , on obtient :  
 $r/a = 1,217\,565$ .



Cette méthode est inadaptée au cas des comètes ( $e$  proche de 1).

Il existe d'autres méthodes de résolution de l'équation de Kepler qu'il serait trop long de développer ici (méthode de Newton Raphson, méthode de Lagrange). Vous les trouverez en complément de ce numéro dans l'article complet sur le site clea-astro.eu (cliquer sur CC177).

Les applications astronomiques de l'équation de Kepler consacrées à la comète de Halley et à la sonde Giotto feront l'objet d'un autre article dans un prochain numéro.

### Les lois de Kepler dans les productions du CLEA

#### Dans les anciens numéros des Cahiers Clairaut (clea-astro.eu/archives).

(tous les numéros de plus de 3 ans sont en libre accès sur notre site clea-astro.eu, archives des CC).

Kepler confiné, CC 175 (2021), BERGON Myriam ; GUÉRARD Jean

Kepler .... au XXI<sup>e</sup> siècle (détermination de l'orbite de Mars), CC 156 (2016), BERTHOMIEU Francis

Kepler, les astres et la musique, CC 151 (2015), LE GARS Stéphane ; VIÈTE François

L'effet Doppler et les lois de Kepler, les clés de la découverte d'autres terres, CC 136 (2011), FERRARI Cécile

Construire l'orbite de Mars à la manière de Kepler avec un logiciel de géométrie, CC 127 (2009), CAUCHOIS Michel

Les orbites de la Terre et de Mars : la première loi de Kepler, CC 118 (2007), SANDRE Béatrice

Comment Kepler a déterminé l'orbite de la Terre autour du Soleil, CC 117 (2007), SIMON Blaise

Lecture de Kepler, CC 109, 110, 111 (2005), MIZAR K.

Les lois de Kepler en TS, CC 92 (2000), LAHELLEC Marie-Agnès

A propos de la troisième loi de Kepler, CC 42 (1985), PERRIN Robert

L'équation de Kepler, CC 26, 27, 28 (1984-85), TOULMONDE Michel

**Sur le site du CLEA** (www.clea-astro.eu), onglet lunap, cliquer sur Kepler

#### Dans les hors-séries des Cahiers Clairaut

HS 10 : 1<sup>re</sup> et 2<sup>e</sup> loi avec Chiron (p 55), 3<sup>e</sup> loi (p 52)

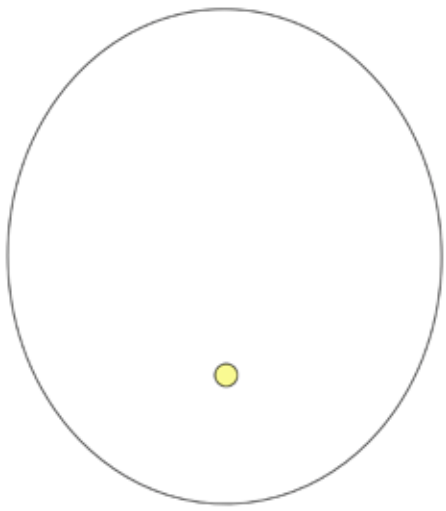
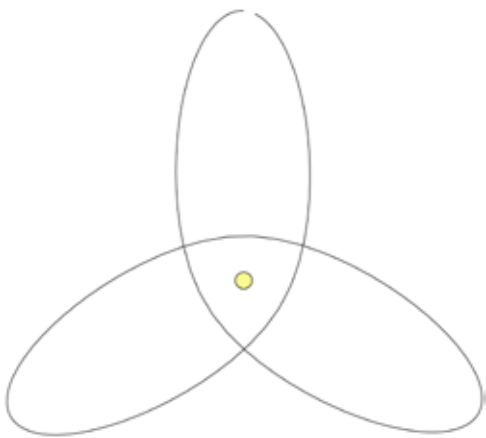
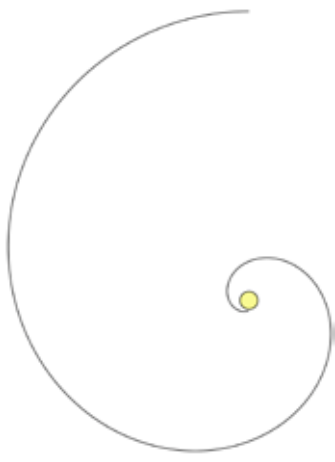
# LOIS DE KEPLER ET SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Pierre Causeret, Esbarres

Voici trois activités numériques possibles liées aux lois de Kepler

## 1. Démonstration de la première loi

Il existe plusieurs manières de justifier la première loi à partir de la loi de la gravitation universelle : de manière algébrique (voir page 26), géométrique (ce sera le sujet d'un prochain article dans les CC) ou par simulation numérique, ce que nous vous proposons ici. Avec l'informatique, il est facile de tracer la trajectoire d'une planète étape par étape en calculant sa position heure par heure ou minute par minute. Il est même possible de faire varier la loi de la gravitation pour voir quelle pourrait être alors la trajectoire d'une planète.

<p><b>Principe de la programmation</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. On fixe les coordonnées du Soleil (<math>X_S</math> ; <math>Y_S</math>).</li> <li>2. On choisit les coordonnées de la planète au départ : <math>M1</math> (<math>X1</math>, <math>Y1</math>).</li> <li>3. On fixe sa vitesse initiale : <math>V1</math> (<math>V_x</math>, <math>V_y</math>).</li> <li>4. On fixe l'intervalle de temps <math>\Delta t</math> entre deux calculs.</li> <li>5. On calcule la nouvelle position <math>M2</math> de la planète animée d'une vitesse <math>V</math> (<math>V_x</math>, <math>V_y</math>) :  <math display="block">X2 = X1 + V_x * \Delta t ; Y2 = Y1 + V_y * \Delta t.</math> </li> <li>6. On trace le segment <math>[M1M2]</math>.</li> <li>7. On calcule la distance <math>R</math> du Soleil au point <math>M</math>.</li> <li>8. On calcule l'accélération <math>A = f(R)</math> en fonction de la loi de la gravitation choisie.</li> <li>9. On calcule ses composantes :  <math display="block">A_x = -A * (X2 - X_S) / R ; A_y = -A * (Y2 - Y_S) / R.</math> </li> <li>10. On calcule la nouvelle vitesse de la planète :  <math display="block">V_x = V_x + A_x * \Delta t ; V_y = V_y + A_y * \Delta t</math> </li> <li>11. <math>X1 = X2 ; Y1 = Y2</math>.</li> <li>12. On retourne au point 5.</li> </ol>	<p>Exemple de trajectoire obtenue avec une loi en <math>1/R^2</math></p> 
<p>Exemple de trajectoire obtenue avec une loi en <math>1/R</math></p> 	<p>Exemple de trajectoire obtenue avec une loi en <math>1/R^3</math></p> 

Conclusion : seule une loi de la gravitation en  $1/R^2$  correspond aux orbites observées.

Complément : il est possible de calculer à chaque pas (ou pour une suite de plusieurs pas) l'aire balayée par le rayon vecteur. On s'aperçoit alors que la 2<sup>e</sup> loi de Kepler est vérifiée dans tous les cas. Elle ne dépend pas de la loi de la gravitation mais uniquement du principe d'inertie et du fait que l'attraction donc l'accélération est dirigée vers le Soleil.

Vous trouverez sur le site des exemples de programmation en langage Processing.

## 2. Tracé de l'orbite d'une planète

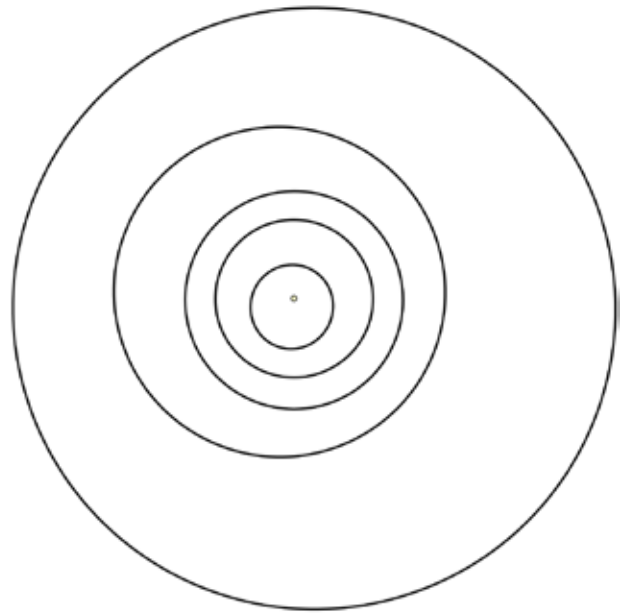
Si on veut tracer l'orbite d'une planète du Système solaire, il suffit de connaître son demi grand axe  $a$  et son excentricité  $e$  (voir tableau en fin d'article). Pour cela :

1. On calcule  $c$  (distance centre foyer) puis  $b$  (demi petit axe) sachant que  $e = c/a$  et que  $a^2 = b^2 + c^2$  (voir par exemple encadré 1 page 27-28 ou CC 152 page 14).
2. On trace l'ellipse de demi grand axe  $a$  et de demi petit axe  $b$ .
3. On place le Soleil à un des foyers  $F$ , sur le grand axe et à une distance  $c$  du centre de l'ellipse.

Si on veut tracer les orbites de plusieurs planètes, il faut d'abord considérer qu'elles sont dans un même plan – ce qui est assez proche de la réalité – mais il faut aussi connaître la longitude du périhélie,  $\lambda_p$ , pour que les orbites soient correctement placées les unes par rapport aux autres.

Il faut alors ajouter une étape :

4. On fait tourner l'ellipse d'un angle  $\lambda_p$  autour du Soleil.



*Orbites de Mercure, Vénus, la Terre, Mars et Cérès. L'excentricité de chaque ellipse a été respectée. Le point vernal, origine des longitudes écliptiques, est à droite (programme en complément sur le site).*

## 3. Mouvement d'une planète (animation)

Comment montrer le déplacement d'une planète ? Celle-ci doit suivre les deux premières lois de Kepler, donc parcourir une ellipse et changer de vitesse en suivant la loi des aires. Les formules sont alors plus compliquées. On peut les trouver dans le livre de Jean Meeus *Calculs astronomiques à l'usage des amateurs* édité par la SAF et elles sont rappelées et expliquées pages 29-30 encadré 3. Nous prendrons les mêmes notations que dans l'article (voir figure 7 page 29). Pour une planète donnée, il faut connaître le demi grand axe  $a$  de son orbite, son excentricité  $e$  ainsi que la période  $T$ . Voici les différentes étapes, à adapter en fonction du logiciel que vous utiliserez :

1. On calcule  $c$  et  $b$  comme ci-dessus puis  $\epsilon = \sqrt{(1+e)(1-e)}$
2. On fixe l'instant  $t_0$  au départ de l'animation (ce peut être le nombre de millisecondes écoulées depuis l'ouverture du programme).

Une animation est une boucle où l'on va placer la planète. Pour chaque passage dans cette boucle :

3. On calcule le temps  $t$  écoulé depuis  $t_0$ , puis l'anomalie moyenne  $M = k \times t / T$ . On choisira  $k$  pour que la planète se déplace à la vitesse désirée.
4. On détermine l'anomalie excentrique  $E$  en résolvant l'équation de Kepler avec la méthode décrite page 31 : on prend  $E = M$  puis on répète un certain nombre de fois  $E = M + e \times \sin(E)$  (avec `for` ou `while`).
5. On calcule les coordonnées polaires  $(r, s)$  de la planète avec les formules :

$$r = a \times (1 - e \times \cos(E)) ; s = 2 \times \text{atan}(\epsilon \times \tan(E/2)).$$

6. On calcule les coordonnées cartésiennes de la planète, on efface son ancienne position et on la place à sa nouvelle position.
7. On retourne à l'étape 4.

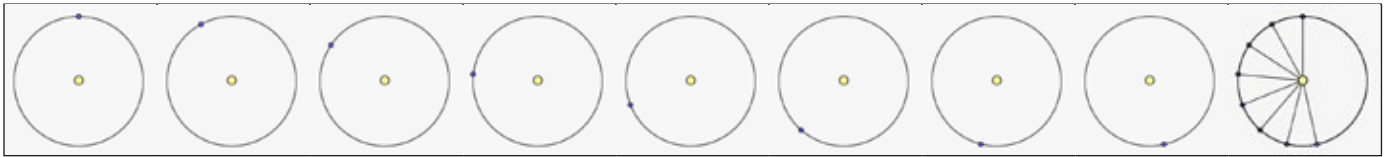
Il est aussi possible de tracer l'orbite de la planète en fond.

Si on veut placer plusieurs planètes sur un même schéma, il faudra effectuer pour chacune des planètes une rotation d'angle  $\lambda_p$  autour du Soleil.

Vous trouverez sur le site une animation de l'orbite terrestre réalisée avec le logiciel Processing, modifiable pour une autre planète. Si vous préférez utiliser un autre logiciel, vous pourrez adapter le programme. Mais il n'est encore pas possible de mettre des animations sur une feuille de papier. Vous trouverez ci-dessous plusieurs étapes de l'image animée.

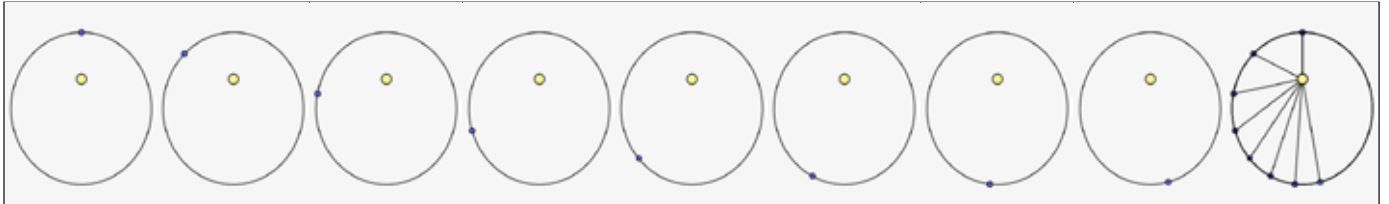


## Terre



Les huit premières images représentent huit positions de la Terre espacées de 4 semaines depuis le périhélie (situé en haut). Sur la dernière image, on a superposé les 8 positions et on a tracé le « rayon vecteur » pour essayer de faire apparaître les variations de vitesses. Mais elles ne sont pas évidentes.

## Mercure

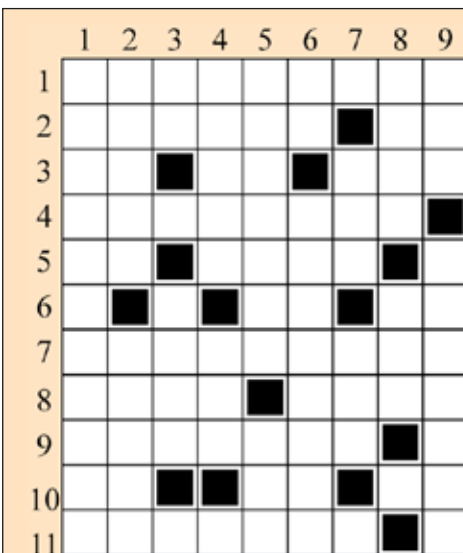


Avec une excentricité de 0,387, les variations de vitesse de Mercure, représentée ici à intervalle d'une semaine, sont bien visibles.

## Données

Planète	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Cérès	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
a (en ua)	0,387	0,723	1	1,523	2,768	5,203	9,537	19,19	30,07	39,45
e	0,206	0,007	0,017	0,093	0,076	0,048	0,054	0,047	0,009	0,25
$\lambda_p$ (°)	77°	132°	103°	336°	153°	15°	93°	171°	45°	223°

*Demi grand axe a, excentricité e et longitude du périhélie  $\lambda_p$  pour les 8 planètes du Système solaire ainsi que deux planètes naines, Cérès et Pluton.*



## Mots croisés : les lois de Kepler

### Horizontalement

1. Cette loi relie les périodes de révolution aux grands axes des orbites.
2. Proportion. Période de révolution.
3. En Champagne. Matin anglais. Ce n'est pas la force.
4. Il a créé trois lois.
5. Avant l'année. Siège d'orbites.
6. La fin du joug. Se fait pour ignorer.
7. Col sous un observatoire.
8. Pour Kepler, celui de la Terre était inscrit dans un dodécaèdre, celui de Mars dans un tétraèdre, celui de Jupiter dans un cube. Caisse.
9. Ce principe permet de justifier la 2<sup>e</sup> loi de Kepler.
10. Dans un vallon. D'anglais. Marteau ou enclume.
11. Ce qu'a trouvé Kepler avec sa première loi.

### Verticalement

1. Kepler a étudié celle de Mars pour établir sa première loi.
2. Un mot qu'on utilise en énonçant la 2<sup>e</sup> loi de Kepler. Luron chamboulé.
3. Au milieu des lois de Kepler. Celui du grand axe est proportionnel au carré de la période.
4. Il a justifié les lois de Kepler. A, B, C, D et maintenant E.
5. Le songe de Kepler. Apogée.
6. En principe. Ils ont gagné un électron.
7. On s'en passe souvent sur les mains ces temps-ci. Le demi grand axe l'est à la période par la 3<sup>e</sup> loi.
8. C'est grâce à elle que Kepler a pu établir sa première loi. Il donne sa couleur à la précédente.
9. Direction du lever du Soleil le 30 avril chez moi. Elle est maximale au périhélie d'après la deuxième loi de Kepler.

*Solution p. 48*

# DES LOIS DE KEPLER À LA LOI DE GRAVITATION DE NEWTON

Béatrice Sandré

*Dans les cours de mécanique, les lois de Kepler sont généralement établies à partir des lois de Newton et plus précisément du principe fondamental de la dynamique et de la loi de gravitation universelle.*

*Mais Kepler (1571-1630) a vécu avant Newton (1643-1727) et a établi ses lois empiriquement grâce aux relevés de position très précis réalisés par Tycho Brahe.*

Comme nous allons le montrer, c'est grâce aux lois empiriques de Kepler que Newton a pu établir les caractéristiques de la force de gravitation.

D'après Kepler, les planètes se déplacent dans des plans contenant le Soleil.

Le Soleil et une planète sont assimilés à deux points matériels S et P. Le mouvement de P est étudié dans le référentiel héliocentrique. La position de P est repérée dans le plan de son mouvement par ses coordonnées polaires  $r = SP$  et  $\theta = (\vec{e}_s, \overrightarrow{SP})$ .

Les expressions de la vitesse et de l'accélération en fonction des coordonnées polaires  $r$  et  $\theta$  sont rappelées dans l'encadré 1. Pour simplifier les écritures l'opérateur « dérivée par rapport au temps » de la variable  $x$  est notée  $\dot{x}$ .

Nous commencerons par utiliser la deuxième loi de Kepler ou loi des aires. Pendant un intervalle de temps élémentaire  $dt$ , l'aire balayée par le rayon vecteur SP est  $\frac{1}{2}r^2d\theta$ .

La loi des aires peut donc s'écrire  $r^2\dot{\theta} = C$  où  $C$  est appelée constante des aires.

Pour exprimer mathématiquement que  $C$  est constant au cours du temps, il suffit d'écrire que sa dérivée par rapport au temps est nulle soit :

$$2r\dot{r}\dot{\theta} + r^2\ddot{\theta} = 0$$

$$r(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}) = 0$$

$r$  n'étant pas nul à chaque instant,

$$2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0$$

La composante orthoradiale de l'accélération (encadré 1) est nulle et d'après le principe fondamental de la dynamique,

**la force subie par la planète est colinéaire à  $\overrightarrow{SP}$ .**

L'accélération est donc radiale et s'écrit

$$a = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 \text{ (encadré 1).}$$

La loi des aires permet de donner son expression en fonction de  $r$  et  $\theta$  sans faire intervenir le temps. Il suffit pour cela de remplacer l'opérateur dérivée par rapport

au temps  $\frac{d}{dt}$  par  $\frac{d\theta}{dt} \times \frac{d}{d\theta}$  soit  $\frac{C}{r^2} \times \frac{d}{d\theta}$  :

$$\dot{r} = \frac{C}{r^2} \times \frac{dr}{d\theta} = -C \frac{du}{d\theta}$$

en posant  $u = \frac{1}{r}$

$$\ddot{r} = \frac{d\dot{r}}{dt} = \frac{-C^2}{r^2} \frac{d^2u}{d\theta^2} = -C^2 u^2 \frac{d^2u}{d\theta^2}$$

$$r\dot{\theta}^2 = \frac{C^2}{r^3} = C^2 u^3$$

$$a = -C^2 u^2 \left( \frac{d^2u}{d\theta^2} + u \right)$$

L'équation de la trajectoire ( $r$  ou  $u$  en fonction de  $\theta$ ) permettra de déterminer l'accélération puis la force appliquée à la planète.

**La première loi de Kepler** précise que l'orbite de la planète est une ellipse de foyer S. L'équation d'une ellipse en coordonnées polaires peut s'écrire (encadré 2) :

$$SP = r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{-e \sin \theta}{p}$$

$$\frac{d^2u}{d\theta^2} = \frac{-e \cos \theta}{p}$$

$$a = -C^2 u^2 \left( \frac{-e \cos \theta}{p} + \frac{1 + e \cos \theta}{p} \right) = \frac{-C^2 u^2}{p}$$

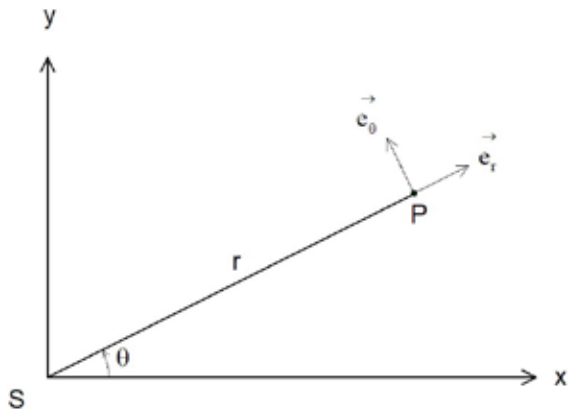
$$= \frac{-C^2}{p} \times \frac{1}{r^2}$$

En appliquant le principe fondamental de la dynamique, Newton en déduit que le Soleil exerce sur la planète une force attractive (signe  $-$  dans l'expression de  $a$ ), proportionnelle à  $\frac{1}{r^2}$ .

C'est la loi de la gravitation universelle.

### Encadré 1

Vitesse et accélération en fonction des coordonnées polaires



vitesse de P dans le référentiel Sxy :

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

accélération de P dans le référentiel Sxy :

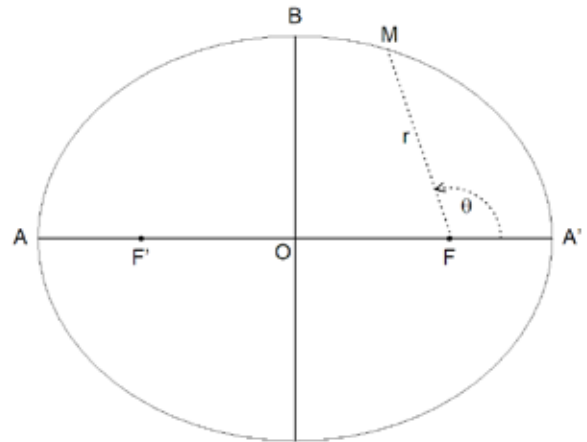
$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$

La composante selon  $\vec{e}_r$  est appelée composante radiale ; la composante selon  $\vec{e}_\theta$  est la composante orthoradiale.

### Encadré 2

L'ellipse est l'ensemble des points M du plan tels que  $MF + MF'$  est une constante.

F et F' sont les foyers de l'ellipse.



Demi-grand axe de l'ellipse  $OA = OA' = a$

Demi-petit axe de l'ellipse  $OB = b$

Distance du centre au foyer  $OF = c$

a, b et c sont liés par la relation  $a^2 = b^2 + c^2$

L'excentricité de l'ellipse est définie par  $e = \frac{c}{a}$ .

C'est un nombre compris entre 0 (cercle) et 1 (segment de droite).

La position d'un point M de l'ellipse est repérée par ses coordonnées polaires r et q définies sur la figure. L'origine  $q = 0$  est choisie lorsque le point M est en A' (périhélie de l'ellipse).

On démontre que si M appartient à l'ellipse, ses coordonnées sont liées par la relation :

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

$p = a(1 - e^2)$  est une constante caractéristique de l'ellipse appelée paramètre.

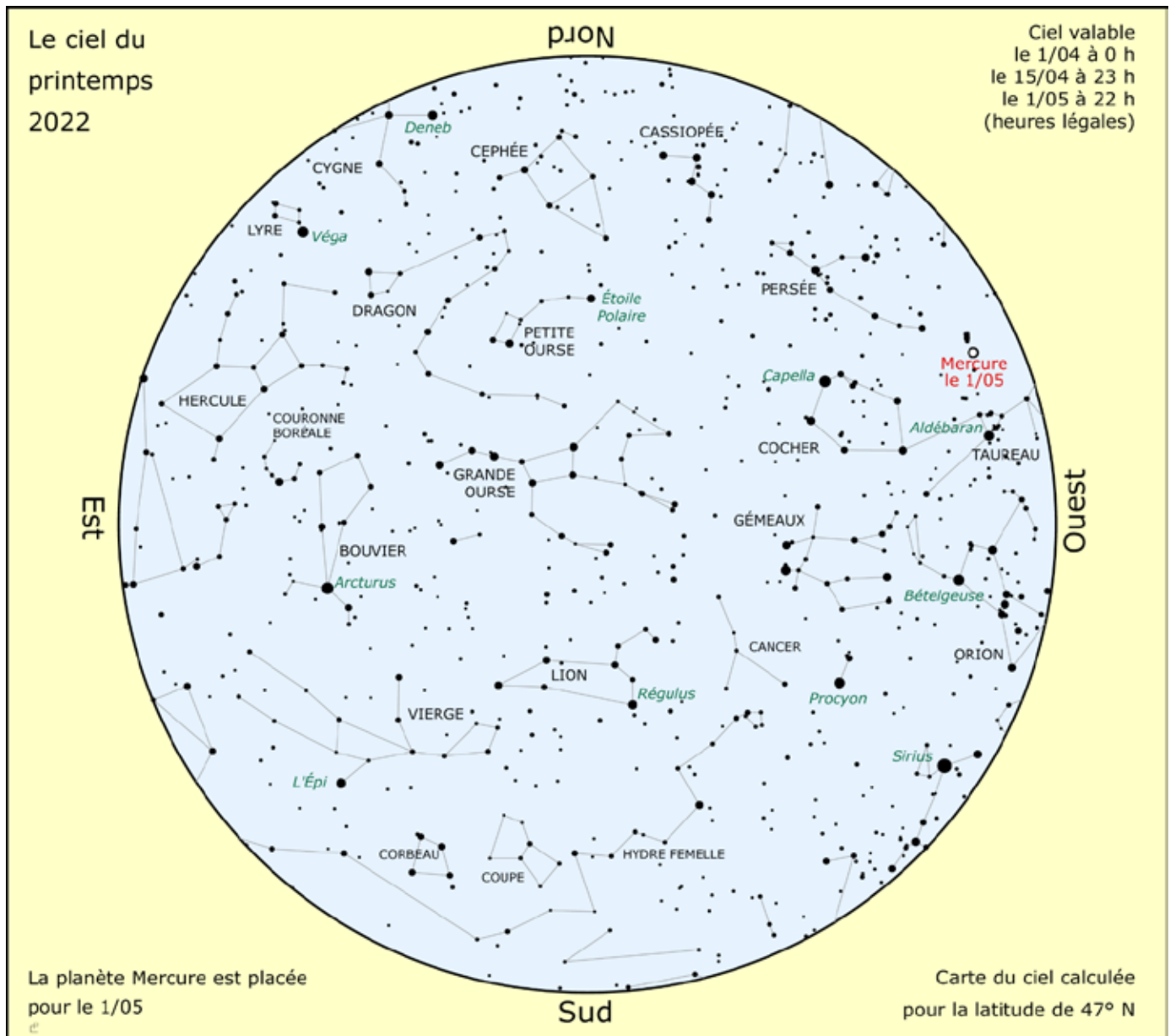
## École d'été d'astronomie du CLEA

du 18 au 25 août au centre d'oxygénation de Gap-Bayard

Inscriptions sur le site

du 20 mars 2022 au 30 mai 2022





### Visibilité des planètes

**Mercury** sera facile à repérer le soir fin avril début mai (élongation maximale le 29/04). On la retrouve le matin mi juin mais assez basse.

**Vénus** est à observer le matin. Son élongation maximale a lieu le 20 mars, elle apparaît alors au télescope en quartier.

**Mars** est visible le matin juste avant le lever du Soleil mais elle reste encore lointaine.

**Jupiter** était derrière le Soleil le 5 mars. Elle commence à être visible le matin.

**Saturne** peut être observée le matin dans le Capricorne.

De nombreux rapprochements de planètes ont lieu au printemps, en particulier Mars Venus Saturne le matin du 25 mars au 5 avril

### Quelques évènements (heures légales)

20/03 : équinoxe de printemps à 16 h 33 min.

27/03 : passage à l'heure d'été.

03/04 (soir) : rapprochement Lune Uranus ( $<1^\circ$ ).

05/04 (matin) : rapprochement Mars-Saturne ( $0,3^\circ$ ).

22/04 : maximum des Lyrides (étoiles filantes).

29-30/04 (soir) : Mercure dans les Pléiades.

01/05 (matin) : rapprochement Vénus-Jupiter ( $<0,5^\circ$ ).

02/05 (soir) : rapprochement Lune Mercure.

16/05 (matin) : éclipse totale de Lune (voir p. suivante).

27/05 (matin) : rapprochement Vénus-Lune ( $\approx 1^\circ$ ).

29/05 (matin) : rapprochement Mars-Jupiter ( $0,6^\circ$ ).

21/06 : solstice d'été à 11 h 13.

### Lune

Nouvelle Lune : les 1/04, 30/04, 30/05.

Pleine Lune : les 16/04, 16/05, 14/06

## L'éclipse totale de Lune du lundi 16 mai 2022 au matin

Une belle éclipse totale de Lune sera visible tôt le matin du 16 mai. En France métropolitaine, nous ne verrons que la première partie du phénomène, puisque le jour se lève pendant la totalité.

### Le principe d'une éclipse de Lune

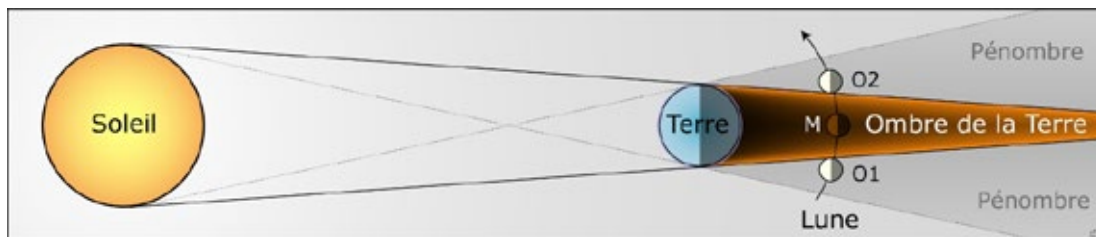


Fig.1.

Une éclipse de Lune se produit lorsque la Lune traverse l'ombre de la Terre.

Un observateur astronaute situé dans la pénombre verrait la Terre ne cacher qu'une partie du Soleil.

Dans l'ombre, le Soleil est totalement caché par la Terre.

Pourtant, un peu de lumière peut atteindre cette région : il s'agit des rayons lumineux qui, en provenance du Soleil, frôlent la Terre et traversent la haute atmosphère (figure 2) ; ils sont alors déviés et en même temps rougis (l'atmosphère diffuse le bleu). C'est pour cette raison que la Lune n'est pas totalement noire et invisible au moment où l'éclipse est totale. Elle apparaît d'une couleur rouge plus ou moins sombre.

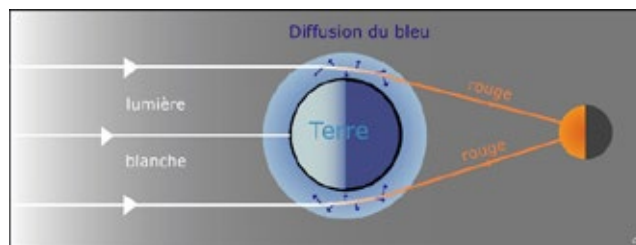


Fig.2

### Les horaires de l'éclipse du 16 mai (en heure légale de Paris)

Entrée dans la pénombre (P1) : 3 h 32

Entrée dans l'ombre (O1) : 4 h 28

Début de la totalité (T1) : 5 h 29

Milieu de la totalité (M) : 6 h 12

Fin de la totalité (T2) : 6 h 54

Sortie de l'ombre (O2) : 7 h 55

Sortie de la pénombre (P2) : 8 h 51

Les prédictions des éclipses de Lune ont été réalisées par le service de calcul des éphémérides de l'IMCCE à travers son portail Système solaire (<https://ssp.imcce.fr>)

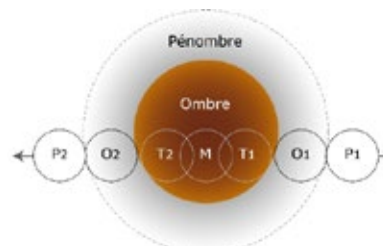


Fig.3.

Une éclipse de Lune se produit à la pleine Lune, quand Soleil et Lune sont situés à l'opposé l'un de l'autre. La Lune se couche donc au moment où le Soleil se lève.

Les heures de lever de Soleil et de coucher de Lune le 16 mai en France métropolitaine sont comprises entre 5 h 46 dans l'Est et 6 h 43 dans le Sud-Ouest. Suivant notre position en France, la fin de l'éclipse sera plus ou moins cachée, dans les lueurs de l'aube tout d'abord, puis quand la Lune passera sous l'horizon.

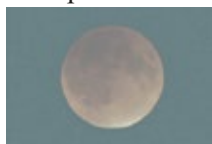
Outremer, l'éclipse sera entièrement visible depuis les Antilles et la Guyane, en milieu de nuit.

### Comment l'observer et que verra-t-on ?

Il faut tout d'abord prévoir d'observer depuis un site où l'horizon sud-ouest est dégagé. Le plus simple est d'observer à l'œil nu ou aux jumelles. Le passage dans la pénombre est quasiment invisible à l'œil nu. Le spectacle est intéressant à partir de 4 h 28, quand on voit la Lune entrer dans l'ombre de la Terre. De 5 h 29 à 6 h 54, la Lune est entièrement dans l'ombre et on devrait la voir d'une belle couleur rouge sombre. Malheureusement, le jour commencera à se lever en France et seuls les habitants du Sud-Ouest pourront voir une partie de la totalité.



*La Lune rentrant dans l'ombre de la Terre, telle qu'on la verra un peu avant 5 h, dans la direction sud-ouest.*



*La Lune vers 6 h au moment de la totalité. Elle risque d'être voilée par les lueurs du Soleil levant.*

Vous trouverez des idées d'activités sur notre site [clea-astro.eu](http://clea-astro.eu) à l'onglet Lunap puis Éclipse de Lune.

# BARNARD, LA VÉLOCE

Pierre Le Fur

*Une comparaison instructive entre la détermination expérimentale de la vitesse de l'étoile de Barnard à 46 ans d'écart en utilisant le matériel disponible à chacune des époques.*

## Introduction

Dans l'Antiquité, les astronomes n'avaient pas observé de mouvement relatif des étoiles, c'est-à-dire les unes par rapport aux autres. Les constellations, figures imaginaires et mythiques restaient immuables pour l'œil nu de ces savants. Les étoiles constituaient la sphère des fixes.

En 1867, dans le tome II – posthume – de son *Astronomie populaire*, François Arago (directeur de l'Observatoire de Paris) nous rappelle que c'est Halley qui, le premier en 1718 [1], a soupçonné par des calculs de latitude et par comparaison avec le catalogue d'Hipparque, les mouvements propres de Sirius, Aldébaran et Arcturus. À la page suivante, pour Arcturus, il précise la valeur du mouvement propre vers le sud-ouest :  $\mu = 2,25''$  (secondes d'arc) par an. C'est à peu près le pouvoir séparateur d'un télescope de 10 cm de diamètre. Dans *Les étoiles* [2], Flammarion précise « qu'en huit cents ans ce déplacement égale le diamètre apparent de la lune... ». On rappelle qu'une seconde d'arc représente  $1/3\,600$  de degré.

Pour Arcturus cette valeur de  $\mu$  a été tout à fait confirmée par les mesures modernes de Gaia, extraordinaire satellite astrométrique de l'Agence spatiale européenne :  $\mu = 2,279\,42''/\text{an}$  (Data Release 2/2018). Ce déplacement est relatif aux lointains quasars, repères du fond de ciel.

## Observer une étoile « mobile »

Pour réaliser une observation du mouvement propre d'une étoile, deux conditions s'imposent lorsqu'on dispose d'un matériel modeste : choisir une étoile rapide à forte valeur de  $\mu$  et être très (très) patient.

## 1975, l'époque des « pellicules »

Étudiant en classe préparatoire et astronome amateur, je décidai de tenter l'expérience avec l'étoile la plus rapide de toute : l'étoile de Barnard appelée également « Velox Barnardi ». Je disposais alors d'une chambre photographique équipée d'un objectif de récupération de mauvaise qualité (diamètre 77 mm et  $F/D = 4,5$ ). L'image venait s'inscrire sur une pellicule 6×9 HP4 Ilford

développée à 800 ASA ; si cela parle encore à certains lecteurs. À cette époque il fallait bricoler beaucoup pour avoir une monture équatoriale entraînée par une vis sans fin, manœuvrée manuellement. Le guidage était assuré par une lunette de 55 mm dont le tube était en carton.

Une pose longue de 31 min se déroula l'œil collé à l'oculaire et les doigts tournant l'écrou de la vis tangente. Le reste du travail se faisait au laboratoire photo argentique : développement de la pellicule et tirage sur papier. Rien à voir avec les méthodes actuelles des astrophotographes...

## 2021, le règne du CCD

La deuxième prise de vue s'effectua dans des conditions totalement différentes, avec tous les moyens modernes : télescope Meade 305 mm à monture équatoriale Célestron et appareil photo numérique Nikon D330 au foyer, équipé d'un réducteur de focale à  $F/D = 5$ . Quelque 11 poses de 20 secondes furent prises soit un total de près de 4 minutes.

## Elle bouge !

Les figures 1 et 2 montrent les deux images, ramenées au même champ angulaire (cercle bleu) de la taille de la pleine Lune, environ. On arrive à repérer les deux positions différentes de l'étoile, par comparaison.

Entre ces deux points 46 ans se sont écoulés. D'un point à un autre, il y a toute une carrière d'enseignant en physique-chimie ! Le premier cliché fut réalisé quand je venais de devenir élève-professeur, aux « Ipes » et le plus récent, pour marquer mon départ en retraite. En 1975, j'étais loin de penser que j'attendrais aussi longtemps...

Mais revenons à l'astronomie et mesurons le paramètre  $\mu$  de cette étoile.

On ramène les deux images, 1975 et 2021, à la même échelle, puis on les superpose directement ou indirectement en repérant la position 1975 avec les distances aux trois étoiles repères sur l'image 2021. On obtient alors la figure 2. Une échelle quantitative, déterminée grâce au logiciel *Aladin* de l'Université de Strasbourg [3], conduit



au résultat de  $\mu_{\text{mesuré}} = 10,6''/\text{an}$  ; tout à fait en accord avec les mesures récentes ( $10,3959''/\text{an}$ , DR2 GAIA 2018 [3]), malgré la mauvaise définition sur l'image argentique très agrandie. C'est avoir « l'incertitude heureuse ».

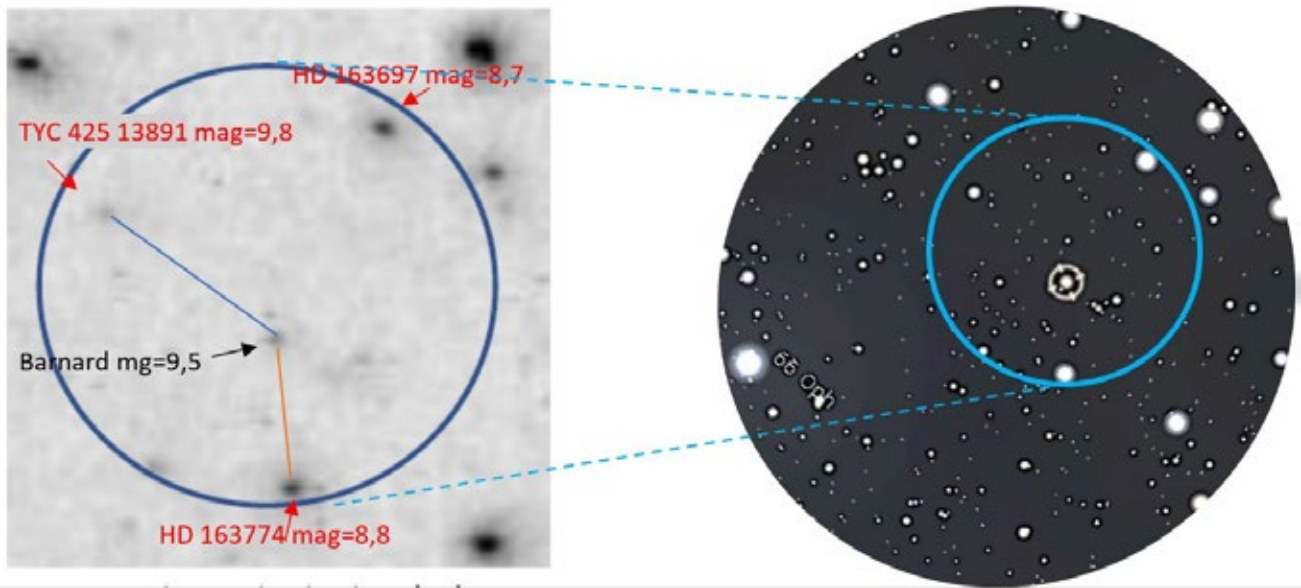


Fig.1. Région de 66 Ophiuchus le 01/07/1975  
 À gauche, ancien négatif argentique agrandi 10 fois, pose de 31 min sur HP4 Ilford 800 ASA, chambre photographique D = 77 mm F/D = 4,5.  
 À droite, même région à la même date. Repérage de l'étoile de Barnard, cerclée en blanc, avec Stellarium.

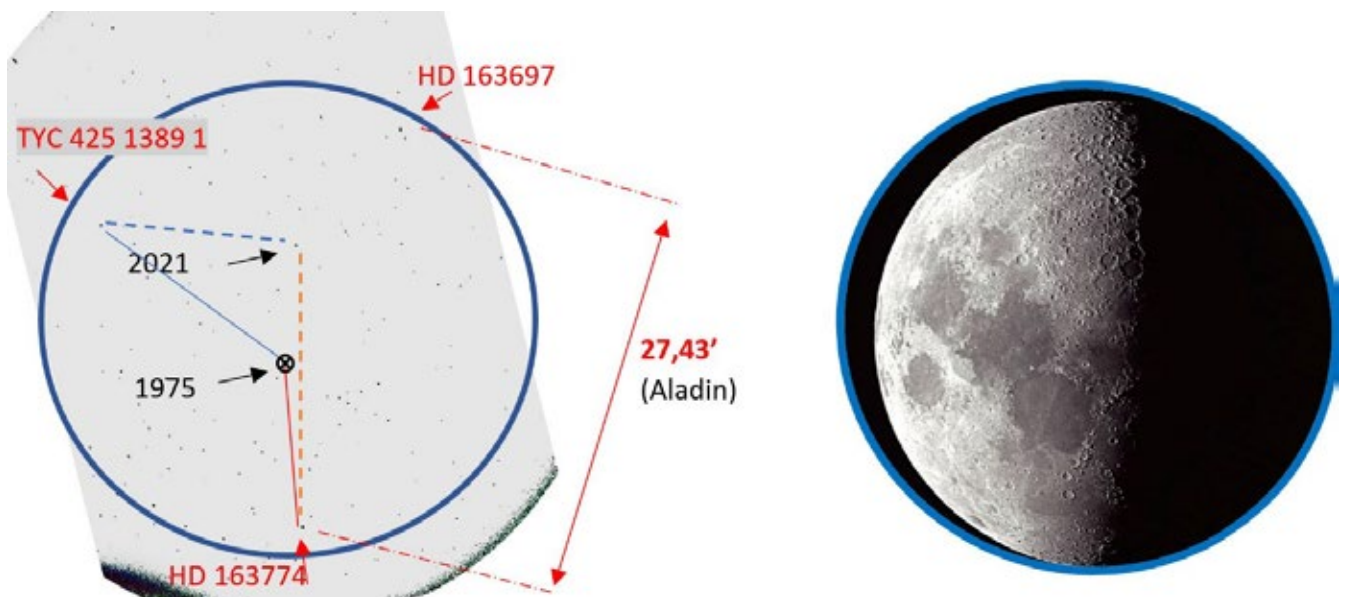


Fig.2. Même région de 66 Oph au télescope de 305 mm, pose de 3 min 40 s Nikon 330 1600 ISO , F/D = 5. Le champ photographié est en gris. Par comparaison avec La lune à la même échelle.  
 On a superposé par triangulation à cette image la position de l'étoile de Barnard du 01/07/1975. L'échelle est déterminée par le logiciel Aladin.

Distance angulaire parcourue :  $28 \text{ mm} / 94,5 \text{ mm} * 27,43 * 60 = 488''$   
 En 46 ans **soit  $10,6''/\text{an}$**

Ce travail pourrait être transposé en classe en utilisant le logiciel *Stellarium*, chaque élève entrant sa date de naissance  $t_1$  et la date du jour  $t_2$ . Avec le logiciel *GeoGebra* on mesure facilement les distances étoiles repères par rapport à Velox. Avec les outils de tracé de cercle on replace l'étoile mobile de  $t_1$  sur l'image  $t_2$ . On utilise *Aladin* pour l'échelle. On compare les valeurs de  $\mu$  obtenues par les

élèves. Enfin en donnant la distance  $d$  (5,955 al) on peut calculer la composante tangentielle  $V_T$  de la vitesse réelle de déplacement de Velox, si l'on aime jouer avec les unités.  
 $V_T = d \mu \approx 90,10 \text{ km/s}$ . (avec  $d$  en km et  $\mu$  en radian). On pourra la comparer avec la vitesse radiale  $V_R = -110,10 \text{ km/s}$  [3].

## Découverte de Velox

### Qui est Barnard (1857-1923) ?

Les images précédentes démontrent que cette étoile est difficile à repérer dans le dense fouillis des soleils de la Voie lactée. Il fallait être un observateur exceptionnel pour réaliser cet exploit à l'aube du XX<sup>e</sup> siècle. C'est Edward E. Barnard, né à Nashville en 1857, qui y parvint. Il découvrit 7 comètes entre 1881 et 1887 alors qu'il n'était pas encore astronome professionnel. Il est l'un des premiers à remarquer les lueurs du « gegenschein ». En 1887 il est appointé comme astronome à l'observatoire de Lick (Californie). Il y examine visuellement les planètes, à la grande lunette de 91 cm, et découvre, entre autres, le satellite de Jupiter Amalthée (1892) et les traînées radiales sur les anneaux de Saturne (spokes). Un total de 10 comètes s'ajoute aux précédentes. En 1899, il rejoint le tout nouvel observatoire de Yerkes (Wisconsin, lunette de 102 cm) où il développe son talent pour la photographie astronomique et publie son premier atlas de la Voie lactée en 1913 puis en 1924. Enfin il travaille sur les nébuleuses obscures de notre Galaxie.

C'est en 1916 qu'il repère l'étoile « Velox » (la rapide d'Ophiuchus, en latin), sur ses clichés.

Son œuvre lui vaut de nombreuses récompenses internationales comme les prix Lalande (1892) ou Janssen (1900). [4], [5].

### L'astronomie en 1900

Barnard a travaillé à la charnière entre deux modes de recherches astronomiques. Il fut un grand observateur en visuel qui utilisait les plus grandes lunettes astronomiques du monde et savait repérer à l'oculaire des astres d'éclat ténu, dans le fouillis du ciel. N'avait-il pas aussi réussi à voir les nuées gazeuses émises par une nova fraîchement découverte ?

Puis la photographie, qu'il maîtrisait depuis sa jeunesse, lui permit de passer à l'étude méthodique des clichés argentiques du ciel, avec le blink microscope par exemple. Ce qui l'amena à l'exploit de découvrir Velox dont la vitesse apparente 10,4''/an reste incomparablement plus faible que celle d'un astéroïde ou d'une comète qui est de quelques secondes d'arc par heure.

Si l'on veut se replonger dans l'astronomie de cette époque, je recommande de visiter l'observatoire de Nice. Vous verrez les instruments des années 1881-1900 en parfait état de fonctionnement, grâce à l'équipe de passionnés, dont l'astronome Jean Pierre Rivet : la grande lunette de 76 cm et celle de 50 cm de la coupole « Charlois » (figure 3).



Fig.3. Intérieur de la coupole Charlois, observatoire de Nice. L'astronome Jean Pierre Rivet présente la lunette de Charlois, toujours opérationnelle. Elle fut modifiée en 1960 par remplacement de l'objectif de 38 cm par un de 50 cm de diamètre.

D'ailleurs Auguste Charlois, prix Janssen un an avant Barnard (1899), eut une trajectoire professionnelle proche de celle de Barnard : il découvrit la bagatelle de 99 astéroïdes dont 27 en visuel, les autres photographiquement entre 1887 et 1904 [6]. Mais, lui, mourut tragiquement, assassiné par un jaloux...

Sur la colline du mont Gros dominant Nice, vous retrouverez cet original parfum du passé et profiterez de l'Universarium, espace moderne, ludique et interactif situé sous le plancher de la coupole Bischoffsheim [7].

N'oublions pas de fêter les 140 ans de l'Observatoire de Nice : <https://www.oca.eu/fr/visite-guideee-individuels>

## Une étoile toujours d'actualité

### L'environnement solaire

Dès que Velox fut découverte, on a su mesurer sa parallaxe (0,548'') c'est-à-dire l'angle de son déplacement semi-annuel dû au mouvement de la Terre autour du Soleil. Il en a été déduit directement qu'elle était très proche du Soleil à l'échelle interstellaire : 5,96 années-lumière. À



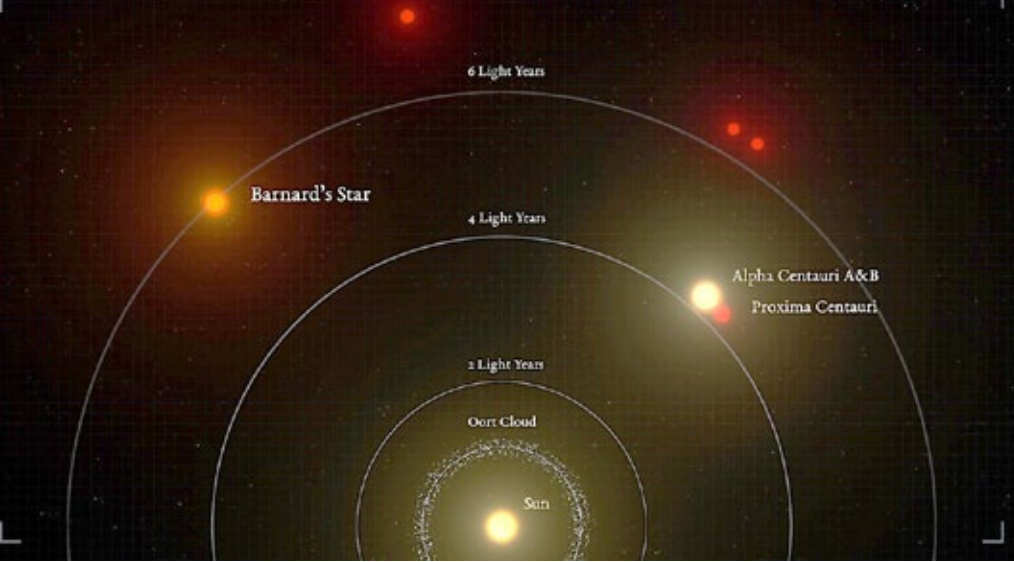


Fig.4. Les étoiles les plus proches du Soleil.  
Crédit : IEEC/Science-Wave - Guillem Ramisa / ESO im 1837e- 14/11/2018.

Johannesburg, Robert Innes venait de découvrir Proxima Centauri un an avant, en 1915 (4,24 al).

Elle fait partie des quelque 339 systèmes stellaires présents autour du Soleil dans un rayon de 10 parsecs (32,6 al). Ces systèmes sont constitués de naines rouges, brunes, de petites étoiles multiples possédant souvent des exoplanètes. Ce dernier recensement réalisé par une équipe de l'IRAP et de l'UTINAM a été publié en 2021 [8], [9]. Voir la carte partielle figure 4 [10].

## Évolution de la distance au Soleil

Le signe négatif de la vitesse radiale montre que cette étoile se rapproche du Soleil actuellement. Une étude des mouvements des étoiles proches présentée figure 5 montre que sa distance au Soleil sera minimale dans 10 000 ans : 3,8 al. Puis elle s'éloignera [11].

## Découverte d'une exoplanète

En octobre 2018, une équipe internationale du projet Red Dots, utilisant les instruments de l'Observatoire européen austral (spectrographe HARPS

de l'ESO entre autres) a montré que la vitesse radiale variait périodiquement de quelques km/h (par rapport à 396 360 km/h = 110,10 km/s). L'interprétation proposée est l'existence d'une super terre de 3,2 masses terrestres orbitant autour de Proxima, naine rouge de type spectral M5. Sa période de révolution de 233 jours montre qu'elle orbite dans une zone froide au-delà de la ligne des glaces et non dans la zone habitable.

Le responsable de ces recherches, l'astronome espagnol Ignasi Ribas, indique que les observations continuent pour confirmer ce résultat, publié dans la revue Nature [10].

Affaire à suivre...

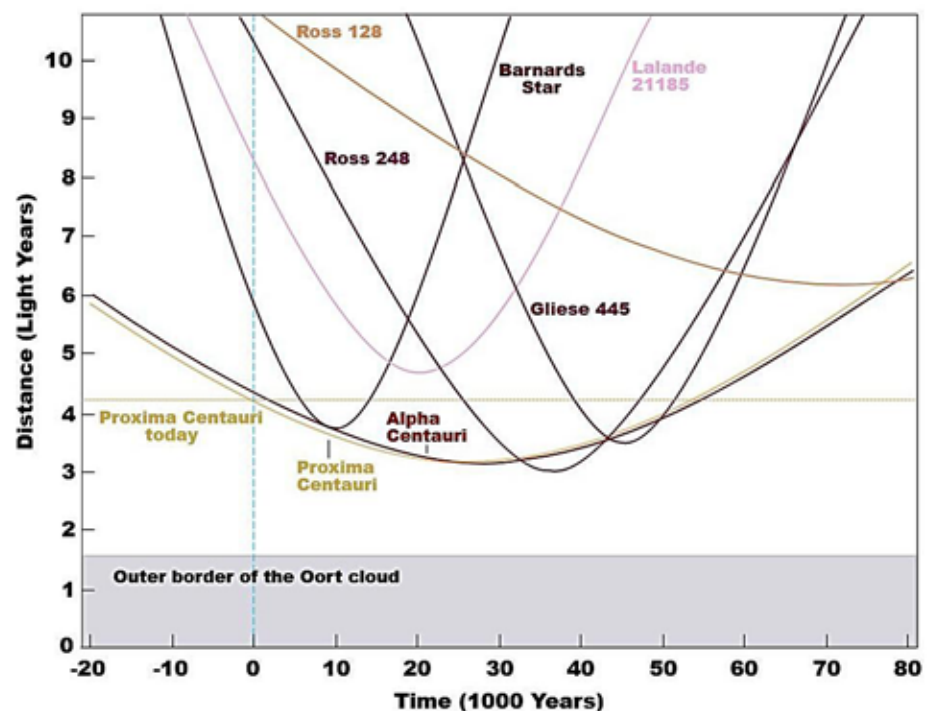


Fig.5. Variation des distances au Soleil de quelques étoiles.

Velox et alpha du Centaure seront à même distance du Soleil dans 10 000 ans. Crédit : Wikimedia commons.

## Références

1. *Astronomie populaire* tome II p. 22 Fr. Arago, chez Guérin éditeur 1867.
2. *Les étoiles et les curiosités du ciel* p. 134 chez Marpon et Flammarion éditeurs 1882.
3. <http://simbad.u-strasbg.fr/simbad/sim-id?Ident=NAME+Barnard%27s+star&NbIdent=1>
4. <https://tennesseencyclopedia.net/entries/edward-emerson-barnard/>
5. [https://en.wikipedia.org/wiki/Edward\\_Emerson\\_Barnard](https://en.wikipedia.org/wiki/Edward_Emerson_Barnard)
6. <https://jfconsigli.wordpress.com/accueil/charlois/>
7. <https://www.oca.eu/fr/visites-individuels/visitez-le-site-historique-du-mont-gros>
8. <https://www.insu.cnrs.fr/fr/cnrsinfo/le-voisinage-du-soleil>
9. The 10 parsec sample in the Gaia era - Astronomy & Astrophysics (2021), C Reylé and al.
10. <https://www.eso.org/public/france/news/eso1837/?lang#2>
11. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Near-stars-past-future-de.svg>



## L'acquisition et le développement des connaissances contre-intuitives en sciences

### Comment l'enfant se représente-t-il le ciel et la Terre ?

Valérie Frède

Éditeur : Cépaduès janvier 2021

Cet ouvrage explore l'apprentissage des connaissances en astronomie et présente les travaux en psychologie du développement menés dans le domaine par Valérie Frède, enseignante-chercheuse à l'université Toulouse 2 – Jean Jaurès.



Comme précisé en quatrième de couverture, « l'objectif principal est de permettre au lecteur d'acquérir ou d'approfondir ses connaissances au sujet de développement cognitif de l'enfant dans le domaine de l'astronomie et du rôle du savoir naïf dans l'apprentissage des concepts scientifiques ». L'autrice s'est en particulier intéressée à l'apprentissage des concepts contre-intuitifs et, de fait, l'astronomie ne manque pas de concepts qui se

heurtent à notre intuition ou à nos observations de tous les jours : la Terre qui paraît plate, le Soleil qui semble bien tourner autour de nous, l'état d'impesanteur qui serait dû à l'absence de toute force, etc.

Dans le chapitre 1, Valérie Frède pose les bases des deux principaux cadres théoriques sur la construction des connaissances scientifiques chez l'enfant. D'une part la théorie des modèles mentaux qui postule que l'enfant a des préconceptions appelés « savoirs naïfs » à partir desquels il élabore une vision cohérente, mais pas forcément scientifiquement correcte, du monde. Et d'autre part la théorie des savoirs fragmentés qui considère que l'enfant ne fait qu'acquérir des connaissances décousues, par morceaux, sans qu'il puisse seul et spontanément lier ces morceaux les uns aux autres. Ces deux approches attribuent en fait des importances différentes à l'intuition et à l'apprentissage.

Dans les chapitres 2 et 3 l'autrice expose plus concrètement les manières dont les notions scientifiques sont acquises et commente les résultats de tests menés auprès d'élèves de tout âge. Le lecteur sera surpris de constater qu'on demande à des enfants de répondre à des questions qui mettraient dans l'embarras bon nombre d'adultes ! Mais il s'agit là de faire un état des lieux des conceptions initiales des enfants puis de montrer comment leurs connaissances évoluent avec l'éducation.

Une manière d'apporter un éclairage sur les deux cadres théoriques, et possiblement de trancher entre les deux, est de comparer l'acquisition de savoirs dans des contextes culturels très différents. C'est l'objet du chapitre 4. Valérie Frède y relate des tests menés en Afrique et discute l'influence du contexte culturel sur les représentations initiales.

Enfin, dans le chapitre 5, il est question de la difficulté de déconstruire les conceptions initiales erronées au cours de l'apprentissage. L'autrice propose des pistes pour favoriser les changements conceptuels nécessaires et aider les élèves à passer à une vision plus réaliste du monde.

Ce livre à la fois argumenté théoriquement et illustré d'exemples concrets intéressera les (futurs) enseignants en sciences, les formateurs, mais aussi les médiateurs et astronomes qui interviennent auprès du public scolaire. De manière plus générale, il intéressera tous les curieux des choses de l'éducation.

**Frédéric Pitout.**

# EN ROUTE VERS MARS AVEC LE ROMAN

## *Nix Olympica*

Frédéric Pitout, Observatoire Midi-Pyrénées / Université Toulouse 3 – Paul Sabatier,  
Institut de recherche en astrophysique et planétologie  
Flore Dumas, David Locher, Nina Veron, lycée Toulouse-Lautrec, Toulouse

*Les élèves ont eu à s'interroger sur la vraisemblance d'un roman de science-fiction proche de la réalité d'aujourd'hui (trajectoire, matériel etc.)*

Les ouvrages de science-fiction ou d'anticipation font souvent appel, plus ou moins explicitement, à des notions scientifiques et techniques. C'est ouvertement le cas de *Nix Olympica* que Nicolas Beck, son auteur, a voulu comme un roman de vulgarisation scientifique. Avec Flore, David et Nina, élèves (en 2020-2021) de terminale, première et seconde au lycée Toulouse-Lautrec de Toulouse, nous avons lu le livre d'un œil attentif et avons pris un malin plaisir à discuter et commenter les éléments distillés au cours du récit. Nous en détaillons quelques-uns ici.

Avant toute chose, posons brièvement le décor, sans bien sûr tout dévoiler ! Nous sommes en août 2037 et une fusée décolle de Kourou en Guyane pour lancer *Mars 2038*, une mission habitée vers la planète Mars. C'est le voyage lui-même qui est relaté dans le livre, sous forme d'un huis clos. Pour cela, on lit le journal de bord de l'astronaute française (dont on ne connaîtra jamais le prénom, si ce n'est

la première lettre : E.) parmi les cinq qui sont du voyage, et les messages automatiques qu'envoie vers la Terre *Harmony*, le super ordinateur de bord doté d'intelligence artificielle et de capteurs de toutes sortes, et qui contrôle tout à bord du vaisseau (clin d'œil à Hal, l'ordinateur dans *2001, l'odyssée de l'espace* ?). Au cours du récit, il est question d'orbite vers Mars, de potentielles menaces de tempêtes solaires, d'alimentation, de technologies qui nous sont encore inconnues, etc. Et évidemment, tout ne se passe pas comme prévu... L'histoire est pour l'auteur une occasion d'aborder des connaissances scientifiques en astronomie, en géophysique, en biologie, mais aussi des questions sociétales.

### La production d'électricité à bord du vaisseau

Que ce soit une sonde, une station orbitale ou autre, un engin spatial a besoin d'énergie. La production de cette énergie se fait le plus souvent par des panneaux photovoltaïques; or la première chose qui nous a intrigués est le croquis du vaisseau spatial page 29 (Image 2).



Image.1. Couverture du Roman *Nix Olympica* de Nicolas Beck (Lucca éditions).

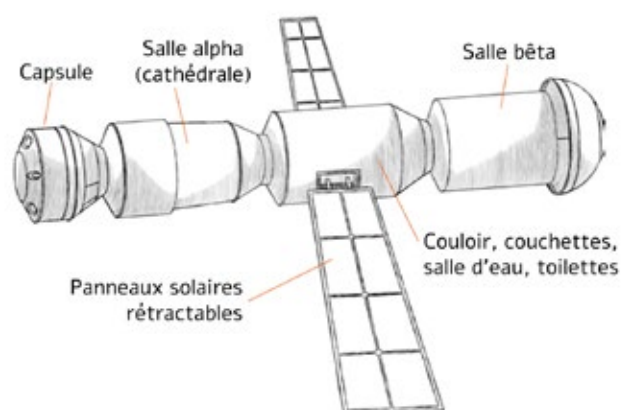


Image.2. Vaisseau spatial « Mars 2038 » tel qu'il est esquissé page 29 (Lucca éditions).

Par comparaison avec la Station spatiale internationale (ISS), il nous a semblé que les panneaux solaires étaient bien petits, surtout pour un engin censé aller vers Mars et

donc se retrouver à une distance plus éloignée du Soleil. Puisque certaines dimensions du vaisseau sont connues, nous avons évalué la superficie des panneaux et la puissance électrique qu'ils peuvent délivrer. Le but n'étant pas de montrer la plausibilité du dessin mais davantage de nous livrer à un petit jeu intellectuel.

Commençons par évaluer la puissance surfacique reçue à une distance  $d$  du Soleil. Notre étoile rayonne une puissance totale que l'on appelle la luminosité  $L_{\odot}$  et qui vaut environ  $3,83 \times 10^{26}$  watts. Cette puissance, que l'on suppose se transmettre sans atténuation dans l'espace, s'étale sur une sphère, dont le Soleil est le centre et le rayon la distance  $d$  au Soleil et dont la surface est  $4\pi d^2$ . Il vient que la puissance surfacique reçue (irradiance) du Soleil à une distance  $d$  vaut  $L_{\odot}/4\pi d^2$ . À une unité astronomie (1 ua) et au-dessus de l'atmosphère terrestre, nous recevons 1 366 W/m<sup>2</sup>. Cette valeur est appelée historiquement la constante solaire.

À l'orbite de Mars, avec une distance au Soleil de 1,52 ua, l'irradiance tombe à 591 W/m<sup>2</sup>, soit moins de la moitié. En d'autres termes, si un engin comme l'ISS devait se retrouver en orbite autour de Mars, il faudrait plus que doubler la surface de ses panneaux solaires pour obtenir la même puissance électrique.

Dans le roman, nous n'avons que deux indications sur les dimensions du vaisseau (p. 35) : sa longueur (24 m) et le diamètre de sa partie cylindrique la plus large (4 m). Avec la longueur, on peut estimer la largeur des panneaux solaires à environ 2,6 m. Quant à la longueur des panneaux, on l'évalue à environ 9,7 m en la comparant au diamètre du plus grand du corps du vaisseau (à droite de l'image 2) et en s'aidant des règles de la perspective.

En utilisant ces dimensions, les deux panneaux solaires du vaisseau

totalisent une surface collectrice de lumière de 50,44 m<sup>2</sup> et peuvent donc délivrer, avec un rendement que l'on peut supposer de 20 %, une puissance de 13,78 kW au niveau de la Terre et de seulement 5,96 kW à l'orbite de Mars. Ces deux valeurs sont très faibles ! À titre de comparaison, un radiateur électrique domestique nécessite entre 1 et 2 kW, et les panneaux solaires de l'ISS développent jusqu'à 120 kW. On voit mal comment une mission vers Mars telle qu'elle est décrite, avec un super ordinateur à bord, du chauffage pour l'équipage et les plantations, les transmissions longue distance jusqu'à la Terre, etc. pourrait consommer significativement moins.

Même en imaginant que d'ici à 2038 les cellules photovoltaïques atteignent le rendement idéal de 100 %, on n'arrive au mieux qu'à une puissance de 29,81 kW au niveau de l'orbite de Mars.

## Date de départ et voyage vers Mars

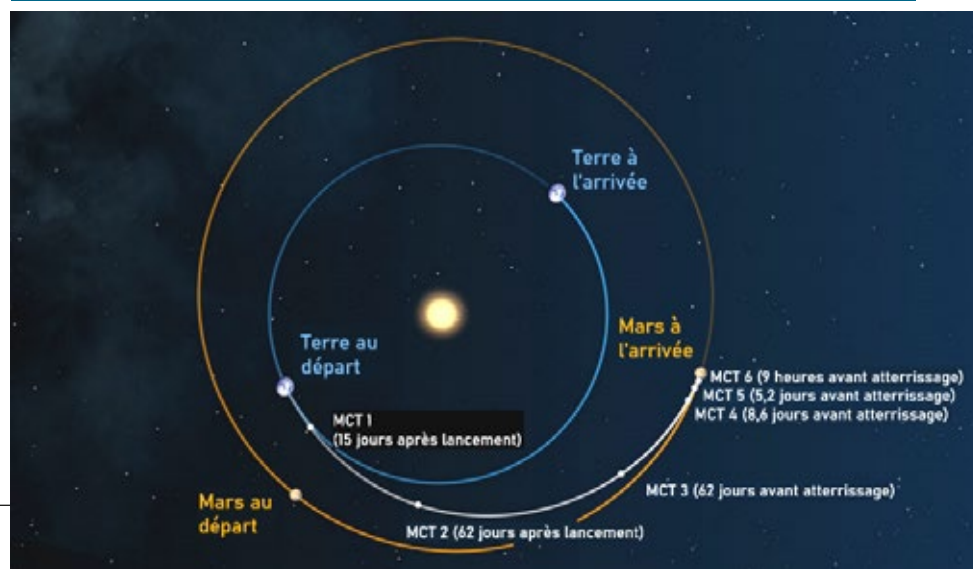
Les voyages vers Mars, par souci d'économie de temps et d'énergie, ne se font qu'autour des oppositions, quand la distance Terre-Mars approche d'un minimum. Il ne faut toutefois pas s'imaginer que le trajet se résume à la ligne droite la plus courte entre la Terre et Mars ! En effet, la trajectoire du vaisseau,

comme les orbites de la Terre et Mars, est une ellipse. Il faut donc s'arranger pour que la portion d'ellipse parcourue (et pas forcément une demi-ellipse comme mentionné dans le roman p. 265) soit la plus courte possible, qu'elle intersecte la trajectoire de Mars en un point où sera effectivement la planète, et avec la bonne vitesse d'approche. Pour cela, la technique consiste à lancer tout objet vers Mars environ 3 mois avant l'opposition.

Il se trouve que la date choisie par l'auteur est cohérente avec la mécanique céleste puisque le vaisseau décolle en août 2037, avant l'opposition du 19 novembre 2037. Nous ferons remarquer au passage que si l'on cherche la distance Terre-Mars minimale, avec Stellarium par exemple, on trouve le 11 novembre 2037. Cette différence entre la date d'opposition et la date de distance minimale s'explique par le fait que les orbites de la Terre et de Mars ne sont pas circulaires. L'alignement Soleil-Terre-Mars ne correspond donc pas nécessairement au minimum de la distance Terre-Mars.

À titre d'exemple, l'image 3 montre la trajectoire suivie par la mission Mars 2020 (*Perseverance*). Au moment du lancement, le 30 juillet 2020, la distance Terre-Mars était de 105 millions de km et elle a atteint un minimum de 62 millions de km

Image.3. Schéma montrant, en blanc, la trajectoire de Mars 2020 vers Mars avec les manœuvres de correction de trajectoire (MCT) ; en bleu, l'orbite de la Terre et ses positions au départ et à l'arrivée de la mission ; et en orange, les mêmes informations pour Mars. (Adapté de Nasa/JPL.).





le 10 octobre 2020. Pourtant, Mars 2020 a parcouru 472 millions de km en 203 jours. Dans le roman, le voyage dure 174 jours pour « plus de 400 millions de km » (p. 10). Nous sommes bien dans les mêmes et bons ordres de grandeur.

## Un environnement spatial hostile

En plus du vide, des températures extrêmes et de l'isolement, une mission habitée dans l'espace doit prendre en compte l'activité solaire. L'impact du Soleil est mentionné à plusieurs reprises dans l'ouvrage : « les réactions thermonucléaires qui ont lieu au cœur du Soleil génèrent des radiations ionisantes dont doivent être protégés les astronautes. » (p. 265) ; « le voyant d'alerte signifiant *éruption solaire* clignote avec insistance » (p. 361). Sous le vocable « rayonnements ionisants » on entend les photons énergétiques (extrême UV, X ou gamma) et les particules chargées électriquement, dont certaines sont relativistes, qui ont tous l'énergie cinétique nécessaire pour arracher un ou plusieurs électrons à des atomes ou molécules et donc à les ioniser. Évidemment, ces rayonnements sont problématiques pour des voyages interplanétaires car ils peuvent mettre en danger l'équipage. Cela peut aller de la simple brûlure à la détérioration de l'ADN et jusqu'à la mort instantanée en cas d'exposition à des doses de radiations trop importantes. Pour s'en prémunir, la solution évoquée dans le roman est celle mise en place dans l'ISS : se confiner dans la partie du vaisseau la plus protégée (par du blindage additionnel par exemple). Une autre solution serait de générer un champ magnétique intense qui créerait un cocon magnétique protecteur.

L'environnement spatial met aussi les astronautes à rude épreuve sur le plan psychologique. L'isolement, le confinement, la promiscuité sont autant de facteurs à risque qui sont évoqués tout au long de l'histoire. Page 69, l'auteur fait aussi référence à l'*overview effect* (« effet de surplomb » en français) : des astronautes des missions Apollo ou ayant séjourné dans l'ISS auraient pris conscience de la fragilité de la planète Terre en la voyant seule, petite et finalement vulnérable dans l'immensité noire du cosmos.

## Vitesse orbitale et vitesse de libération à Mars

Page 384, il est écrit que le vaisseau se met en orbite circulaire autour de Mars à 200 km d'altitude avec une vitesse de 3,3 km/s. Vérifions cette dernière valeur. En orbite circulaire autour d'une planète, la force centripète  $v^2/(R_M+h)$  que subit un corps est égale à la force de pesanteur  $GM_M/(R_M+h)^2$ , avec  $v$  la vitesse de révolution,  $R_M$  et  $M_M$  le rayon moyen (3 390 km) et la masse ( $6,42 \times 10^{23}$  kg) de Mars,  $G$  la constante gravitationnelle

( $6,67 \times 10^{-11}$  N m<sup>2</sup> kg<sup>-2</sup>) et  $h$  l'altitude (ici, 200 km). Cela nous donne une vitesse orbitale de 3,58 km/s, qui est proche de celle donnée dans le livre, et une période de révolution de 105 min, pour « un peu moins de deux heures » dans le texte. Pour information, la vitesse de libération pour s'extraire de l'attraction gravitationnelle de Mars est de 5 km/s.

## La vie sur Mars ?

Pages 96 et 97, il est question de fossiles de bactéries découverts par des missions *ExoMars 4* et *5* en 2027 et 2029. Faisons un point sur ce que l'on sait actuellement sur la surface de Mars. Il y a de l'eau à l'état de glace sous la surface, de l'eau liquide a coulé dans un lointain passé. Des astromobiles comme *Perseverance* essaient de trouver des vestiges de vie, même microscopiques, mais en vain pour le moment. En revanche, la recherche de traces de vie nous a amené à nous intéresser à la contamination potentielle par des engins de construction humaine, et donc à la décontamination de ces engins (voir l'entretien avec Delphine Faye, experte décontamination au CNES).

### Décontamination spatiale, entretien avec Delphine Faye

Dans le cadre de ce travail, nous avons rencontré Delphine Faye, chimiste de formation et « experte contamination » au CNES, afin qu'elle nous en dise plus sur les problèmes de (dé)contamination des engins spatiaux.

Pourquoi décontaminer les missions spatiales comme celle vers Mars décrite dans *Nix Olympica* ?

Delphine Faye – *La raison principale est la protection planétaire, c'est-à-dire de ne pas importer d'organismes vivants dans des environnements où ils pourraient potentiellement proliférer. En d'autres termes, de ne pas polluer biologiquement des environnements planétaires. Une autre raison, plus pratique, est qu'un des objectifs d'une mission comme Perseverance sur Mars par exemple est précisément de détecter de possibles traces de vie. Il n'est donc pas question qu'elle en emporte avec elle ! Un autre aspect de la contamination est le retour d'échantillons de planètes, d'astéroïdes ou autre corps. Nous devons manipuler ces échantillons avec une grande prudence car des organismes potentiellement inconnus sur Terre pourraient être présents.*

De quels genres d'organisme parle-t-on précisément ?

*On craint par-dessus tout les organismes dits extrémophiles, qui peuvent résister à des environnements et des conditions extrêmes de température, de pression, de*

radiation, etc. L'exemple le plus connu est le tardigrade, ce petit animal assez commun qui résiste à tout ou presque. Mais ce qui nous préoccupe le plus, ce sont des microorganismes extrêmophiles, comme les spores de bactéries. Les spores de bactéries sont dans un état dormant : leur métabolisme est inactif ; elles font partie des microorganismes les plus résistants par exemple à la chaleur sèche. C'est pourquoi, on s'intéresse plus particulièrement aux bactéries capables de sporuler. Les spécifications de propreté microbiologique sont données en spores de bactérie par m<sup>2</sup>.

Comment ces organismes peuvent-ils se retrouver sur des sondes ou des astromobiles ?

Ils sont apportés par les hommes et les femmes qui construisent ces engins ou les instruments qu'ils embarquent ! Pour limiter la contamination, nous travaillons dans des salles propres, dites « blanches », dans lesquelles règne une surpression pour que l'air ne puisse aller que vers l'extérieur. L'air est aussi constamment filtré pour que le nombre de particules fines soit limité dans une classe donnée. Par exemple, la classe ISO 5 signifie qu'il y a moins de 10<sup>5</sup> particules (poussière ou autre) de taille égale ou supérieure à 0,1 µm par m<sup>3</sup> d'air. Malgré toutes ces précautions, il reste toujours des microorganismes sur nos instruments ou éléments d'une sonde donc il faut désinfecter, voire stériliser.

Comment procède-t-on ?

Nous avons tout un éventail de moyens physiques et chimiques à notre disposition. Parmi les moyens physiques, citons la chaleur sèche : l'opération consiste à mettre l'engin à stériliser dans une enceinte dans laquelle la température monte à une centaine de degrés Celsius et l'hygrométrie est proche de zéro. C'est aujourd'hui une méthodologie normalisée pour la stérilisation des équipements spatiaux. On peut également passer l'instrument aux rayons X ou gamma pour détruire les microorganismes les plus résistants. On peut aussi simplement désinfecter chimiquement à l'aide d'alcools (alcool isopropylique, essentiellement) ou d'autres produits. En fait, tout dépend du niveau de propreté que l'on souhaite atteindre en fonction du type de mission que l'on considère. Une sonde qui restera dans le milieu interplanétaire n'a pas besoin d'être aussi « propre » qu'un astromobile qui va se poser sur une planète et qui va y chercher des traces de vie. Il existe ainsi 5 catégories de missions pour lesquelles les recommandations de protection planétaire seront adaptées. Par exemple, la catégorie I qui concerne les missions avec un intérêt scientifique autre que la recherche de vie ne requiert que très peu de précautions ; en revanche, les catégories IV et V qui s'appliquent précisément aux missions de recherche de vie et au retour d'échantillons sont très contraignantes



Image.4. Inspection sous UV de l'instrument PHEBUS pour la mission BEPI COLOMBO (Cnes).

sur la réduction de la charge microbienne et bactérienne des surfaces de l'engin avant le lancement.

## Autres sujets intéressants

Par manque de place, il nous est difficile d'être exhaustifs et de détailler tous les sujets abordés directement ou indirectement par Nicolas Beck dans son roman. Nous en évoquons ici quelques-uns plus brièvement.

Rétrogradation de Mars. Elle est évoquée et illustrée (pages 308-309) et nous avons regardé ce phénomène de plus près. Les lecteurs habitués des Cahiers Clairaut connaissent par cœur ce mouvement apparent de la planète rouge alors nous ne nous appesantirons pas sur le sujet. Les autres pourront trouver les explications dans les Cahiers Clairaut (n° 127 par exemple).

Antarès. L'héroïne de l'histoire fait un rêve à propos de la supergéante rouge de la constellation du Scorpion (p. 429). L'occasion de faire le point sur l'évolution stellaire, les tailles des étoiles selon leur type et la fin des étoiles selon leurs masses. C'est par ailleurs une étoile facilement visible à l'œil nu l'été (aux latitudes de la France métropolitaine).

Quelle heure est-il dans l'espace ? Tout au long du récit, des jours et des heures sont donnés et nous nous sommes demandés quel était le système de mesure du temps utilisé dans un environnement où il n'y a pas de cycle jour/nuit ? Sans que la réponse à notre question soit explicitement proposée dans le roman, nous avons encore fait le parallèle avec l'ISS. À son bord, c'est le temps universel qui prévaut, nous supposons qu'il en va de même à bord du vaisseau ainsi que dans les futurs voyages spatiaux.

Esprit critique et complotisme. À de nombreuses reprises – notamment pages 135-136, puis de 205 à 207 –, il est question de méthode scientifique, d'esprit critique et de complotisme. Le CLEA a largement publié sur le sujet

dans son hors-série des Cahiers Clairaut n° 13, nous ne nous étalerons donc pas plus que ça mais il est à noter que l'auteur a souhaité aborder ces thématiques.

Wernher von Braun. Le père des fusées V2 est évoqué. C'est une bonne porte d'entrée pour étudier l'histoire de l'ère spatiale et des premières fusées.

Intelligence artificielle. À bord du vaisseau de nos protagonistes, le super ordinateur *Harmony* a accès à une foule de paramètres autres que ceux liés au voyage : constantes médicales des astronautes, analyse de leurs réactions, de leurs émotions et mêmes de leurs rêves ! Ce système particulièrement intrusif relève encore de la science-fiction – et heureusement ! Toutefois, il nous a fait réfléchir sur l'intelligence artificielle et les problèmes éthiques qu'elle soulève, notamment dans la prise de décisions difficiles.

## Conclusion

Finalement, l'auteur Nicolas Beck a bien atteint son but : en lisant *Nix Olympica*, nous nous sommes posé une foule de questions à propos de l'astronautique, de l'astronomie, de la planétologie, de la biologie, etc.

Notre but était de détailler certains des points soulevés directement ou indirectement par le roman et de nous amuser à les approfondir.

Nous avons réussi à apporter des éléments de réponses à certaines de nos questions et avons pu partager le fruit de notre travail (voir encart « Valorisation du travail »).

La grande question que suscite le roman est celle d'une potentielle vie passée sur Mars. Là, personne n'a encore la réponse...

## Valorisation du travail

Une manière de partager le travail que nous avons effectué, outre cet article, a été notre participation au festival annuel Exposciences à Toulouse en juin 2020. L'événement, organisé par le Collectif interassociatif pour la réalisation d'activités scientifiques techniques et internationales (Cirasti) d'Occitanie, ayant été totalement dématérialisé en raison de la situation sanitaire, Flore, Davis et Nina ont eu la chance d'interviewer Nicolas Beck à distance à partir du lycée dans le cadre du podcast *Pose ta science* de la radio Campus FM (<https://www.mixcloud.com/CampusFM/pts-04/>). Ils ont ensuite présenté nos résultats en s'appuyant sur un diaporama qu'ils ont commenté en ligne pendant le festival

(<https://www.youtube.com/watch?v=1rCb4z5zrWE> vers 36:00).

## Remerciements

La couverture et la figure du vaisseau spatial ont été reproduites avec l'aimable autorisation de l'auteur et de l'éditeur, qu'ils en soient remerciés. Nous sommes particulièrement redevables à Nicolas Beck et Delphine Faye pour le temps qu'ils ont bien voulu nous consacrer. ■



Image.5. Interview de Nicolas Beck à distance avec l'équipe du Cirasti Occitanie et de RadioCampus FM.

### Solutions des mots croisés page 34

#### Horizontalement

1. Troisième. 2. Raison. An. 3. Ay. AM. Gré. 4. Johannes (Kepler). 5. En. Ciel. 6. ug. Fi ; 7. Tourmalet. 8. Orbe. Tire. 9. Inertie. 10. Ru. Of. Os. 11. Ellipse.

#### Verticalement

1. Trajectoire. 2. Rayon (« les aires décrites par le rayon vecteur... »). Ornul. 3. oi. Cube. 4. Isaac (Newton). RER. 5. Somnium. Top. 6. in. Négatifs. 7. Gel. Lié. 8. mars. Fer. 9. ENE. Vitesse.



## École d'Été d'Astronomie



Vous souhaitez débiter ou vous perfectionner en astronomie ?

Vous avez envie de développer vos savoir-faire pédagogiques au contact de collègues expérimentés ?

Venez participer au col Bayard, à une école d'été d'astronomie, dans un cadre majestueux.



Exposés accessibles à tous, ateliers pratiques et observations du ciel : toutes les activités sont encadrées par des astronomes professionnels et des animateurs chevronnés.

Renseignements et vidéo sur :

<http://clea-astro.eu/aLaUne/EcolesdEtedAstronomie>

## Les productions du CLEA

*En plus du bulletin de liaison entre les abonnés que sont les Cahiers Clairaut, le CLEA a réalisé diverses productions.*

*Fruit d'expérimentations, d'échanges, de mises au point et de réflexions pédagogiques d'astronomes et d'enseignants d'écoles, de collèges, de lycées, ces productions se présentent sous différentes formes :*

### Fiches pédagogiques

Ce sont des hors-série des Cahiers Clairaut conçus par le Groupe de recherche pédagogique du CLEA : astronomie à l'école, mathématique et astronomie, le Soleil, ...

HS10 Mathématiques et astronomie (2012)

HS11 Les constellations (2014)

HS12 L'astronomie à l'école (2016)

HS13 Croyances et idées fausses en astronomie (2020)

HS14 Le Soleil (2018)

### Fascicules thématiques de la formation des maîtres, en astronomie

Repérage dans l'espace et le temps, le mouvement des astres, la lumière messagère des astres, vie et mort des étoiles, univers extragalactique et cosmologique, ...

### Matériel

Filtres colorés et réseaux de diffraction.

### Maquettes

Astrolabes, cartes du ciel, fuseaux horaires, lunoscopes, nocturlabes, zodiaques ou lot des six maquettes.

Vous pouvez retrouver ces productions sur le site de vente : <http://ventes.clea-astro.eu/>

Le formulaire de commande est sur le site.

## Le site web

Une information toujours actualisée

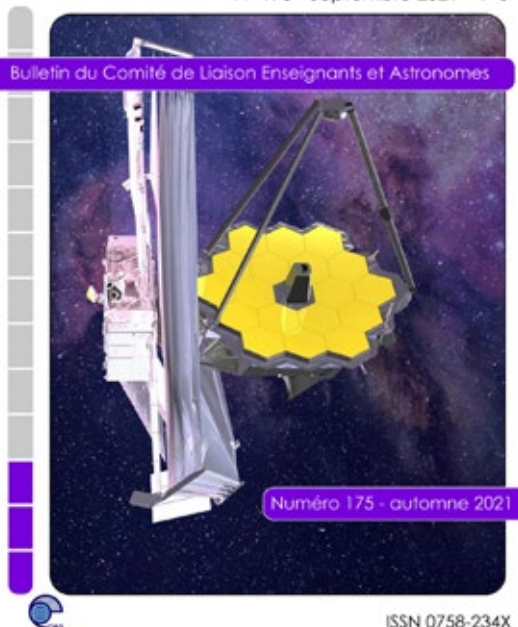
<http://www.clea-astro.eu>



# LES CAHIERS CLAIRAUT

LES CAHIERS CLAIRAUT

N° 175 - Septembre 2021 9 €



**Publiés quatre fois par an, aux équinoxes et aux solstices, les Cahiers Clairaut offrent des rubriques très variées :**

Articles de fond  
Réflexions  
Reportages  
Textes (extraits, citations, analyses)  
Pédagogie de la maternelle au supérieur  
TP et exercices  
Curiosités  
Histoire de l'astronomie  
Réalizations d'instruments et de maquettes  
Observations  
Informatique  
Les Potins de la Voie Lactée

## COMMENT NOUS JOINDRE ?

**Informations générales :**

<http://www.clea-astro.eu>

**Siège social :**

CLEA

Case courrier 7018

Université Paris Diderot - Paris 7

Bâtiment Sophie Germain

IREM de Paris

8, place Aurélie Nemours

75205 Paris cedex 13

**École d'Été d'Astronomie :**

[daniele-imbault@laposte.net](mailto:daniele-imbault@laposte.net)

**Cahiers Clairaut :**

[christianlarcher3@gmail.com](mailto:christianlarcher3@gmail.com)

**Ventes des productions :**

<http://ventes.clea-astro.eu/>

**Site web :**

[contact@clea-astro.eu](mailto:contact@clea-astro.eu)

### Adhésion / Abonnement :

Adhésion CLEA pour 2022 : **10 €**

Abonnement CC pour 2022 : **30 €**

Adhésion + abonnement CC : **35 €**

Adhésion + abonnement CC de soutien  
(papier et numérique) pour 2022 : **40 €**

**Les adhésions, abonnements et achats  
peuvent se faire directement en ligne sur le  
site : <http://ventes.clea-astro.eu/>**

Directeur de la Publication : Frédéric Pitout  
Rédacteur de publication : Christian Larcher  
Imprimerie Grapho12, 12200 Villefranche de Rouergue

 **IMPRIM'VERT®**  **PEFC®** 10-31-2779 / Certifié PEFC / [pefc-france.org](http://pefc-france.org)

Revue trimestrielle: numéro 177 printemps 2022  
Prix au numéro : 9 €

Premier dépôt légal : 1er trimestre 1979  
Numéro CPPAP : 0315 G 89368